

Duração: 120 minutos

Exame de Época de Recurso — C

- As questões de escolha múltipla têm uma e apenas uma resposta correta. Caso assinale uma resposta errada ou mais de uma resposta, serão descontados 0.5 valores.
- As respostas às questões de escolha múltiplas têm de ser assinaladas na folha de instruções previamente distribuída.
- Para as restantes questões, terá de justificar convenientemente as suas respostas.
- Só pode sair da sala uma hora após o início do exame, devendo nesse caso entregar a sua prova ou desistir da mesma.

Pergunta 1

2 valores

Uma empresa de tecnologia está a analisar a probabilidade de falha em três componentes de um servidor: processador (A), memória RAM (B) e disco rígido (C). De acordo com os registos dos engenheiros da empresa: 10%, 15% e 20% das componentes A, B e C, respetivamente, sofrem falhas; se o processador tiver falhado, a probabilidade de falha da memória RAM aumenta para 25%; caso o processador e a memória RAM falhem em simultâneo a chance de falha do disco rígido passa a ser 40%; a ocorrência de falha quer no processador quer na memória RAM não depende da possível ocorrência de falha do disco rígido.

Calcule a probabilidade de que pelo menos um dos três componentes falhe.

• Quadro de acontecimentos e probabilidades

Acontecimento	Probabilidade
A = falha no processador	$P(A) = 0.10$
B = falha na memória RAM	$P(B) = 0.15$
C = falha no disco rígido	$P(C) = 0.20$
$P(B A) = 0.25$	
$P(C (A \cap B)) = 0.40$	
$P(A \cap C) = P(A) \times P(C) = 0.10 \times 0.20 = 0.02$	
$P(B \cap C) = P(B) \times P(C) = 0.15 \times 0.20 = 0.03$	

• Prob. pedida

Probabilidade de que pelo menos um dos três componentes falhe é dada por

$$\begin{aligned}P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C) \\&= P(A) + P(B) + P(C) - P(A) \times P(B|A) - P(A) \times P(C) - P(B) \times P(C) \\&\quad + P(C|(A \cap B)) \times P(A) \times P(B|A) \\&= 0.10 + 0.15 + 0.20 - 0.10 \times 0.25 - 0.02 - 0.03 + 0.40 \times 0.10 \times 0.25 \\&= 0.385.\end{aligned}$$

Pergunta 2

2 valores

Um operador de vendas por telefone faz 20 chamadas num turno de trabalho. Sendo V a variável aleatória que representa o número total de vendas que consegue fazer nessas chamadas, admite-se que $P(V = 1) = 2^{18} \times P(V = 19)$ e que as vendas ocorrem de forma independente e com probabilidade constante.

O valor esperado de $V^2 - 2V$ é aproximadamente igual a A: 35.56 B: 155.56 C: 81.57 D: -53.32

• **V.a. e f.p.**

V = número total de vendas que consegue fazer, em 20 chamadas efectuadas

$V \sim \text{binomial}(n = 20, p)$

$P(V = v) = \binom{20}{v} p (1 - p)^{20-v}, \quad v = 0, 1, \dots, 20, \quad \text{onde}$

$$p : P(V = 1) = 2^{18} \times P(V = 19)$$

$$\binom{20}{1} p (1 - p)^{19} = 2^{18} \times \binom{20}{19} p^{19} (1 - p)$$

$$20 p (1 - p)^{19} = 2^{18} \times 20 p^{19} (1 - p)$$

$$(1 - p)^{18} = (2p)^{18}$$

$$p = 1/3.$$

• **Valor esperado pedido**

$$\begin{aligned} E(V^2 - 2V) &= E(V^2) - 2E(V) = V(V) + E^2(V) - 2E(V) \stackrel{\text{form.}}{=} np(1 - p) + (np)^2 - 2np \\ &= np(np - p - 1) = 20 \times \frac{1}{3} \times \left(20 \times \frac{1}{3} - \frac{1}{3} - 1 \right) = \frac{320}{9} \approx 35.56. \end{aligned}$$

Pergunta 3

2 valores

O desvio de uma medição em relação a um valor padrão pode ser modelado por uma variável aleatória X com função de distribuição dada por

$$F_X(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Calcule a probabilidade de tal desvio exceder uma unidade, sabendo que excede 0.5.

• **V.a.**

X = desvio de uma medição em relação a um valor padrão

$$F_X(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}, \quad x \in \mathbb{R}$$

• **Prob. pedida**

$$\begin{aligned} P(X > 1 \mid X > 0.5) &= \frac{P(X > 1, X > 0.5)}{P(X > 0.5)} = \frac{P(X > 1)}{P(X > 0.5)} = \frac{1 - F_X(1)}{1 - F_X(0.5)} \\ &= \frac{1 - \frac{1}{1 + e^{-1}}}{1 - \frac{1}{1 + e^{-0.5}}} = \frac{1 + \sqrt{e}}{1 + e} = \frac{0.2689}{0.3775} \approx 0.7124. \end{aligned}$$

Pergunta 4

2 valores

Uma rede de sensores num sistema industrial controla dois sub-sistemas (A e B). O número de sinais errados detetados num certo intervalo de tempo é modelado por duas variáveis aleatórias discretas: X , o número de erros no sub-sistema A; Y , o número de erros no sub-sistema B. A função de probabilidade conjunta de X e Y é dada pela tabela ao lado.

X	Y		
	0	1	2
0	0.05	0.20	0.10
1	0.15	0.25	0.10
2	0.02	0.03	0.10

O valor da variância condicional $V(Y \mid X = 1)$ é

A: 0.57 **B:** 0.48 **C:** 0.40 **D:** 0.49

• **Par aleatório e f.p. marginais**

(X, Y)

X = número de erros no sub-sistema A

Y = número de erros no sub-sistema B

Atendendo a que $P(X = x) = \sum_y P(X = x, Y = y)$ e $P(Y = y) = \sum_x P(X = x, Y = y)$, temos

X	Y			P(X = x)
	0	1	2	
0	0.05	0.20	0.10	0.35
1	0.15	0.25	0.10	0.50
2	0.02	0.03	0.10	0.15
P(Y = y)	0.22	0.48	0.30	1

- **Ep. de Y condicional a X = 1**

$$P(Y = y | X = 1) = \frac{P(Y=y, X=1)}{P(X=1)} = \begin{cases} \frac{P(X=1, Y=0)}{P(X=1)} = \frac{0.15}{0.5} = 0.3, & y = 0 \\ \frac{P(X=1, Y=1)}{P(X=1)} = \frac{0.25}{0.5} = 0.5, & y = 1 \\ \frac{P(X=1, Y=2)}{P(X=1)} = \frac{0.1}{0.5} = 0.2, & y = 2 \\ 0, & \text{outros valores de } x \end{cases}$$

- **Variância condicional pedida**

Como

$$E(Y | X = 1) = \sum_{y=0}^2 y \times P(Y = y | X = 1) = 0 \times 0.3 + 1 \times 0.5 + 2 \times 0.2 = 0.9$$

$$E(Y^2 | X = 1) = \sum_{y=0}^2 y^2 \times P(Y = y | X = 1) = 0^2 \times 0.3 + 1^2 \times 0.5 + 2^2 \times 0.2 = 1.3$$

segue-se

$$V(Y | X = 1) = E(Y^2 | X = 1) - E^2(Y | X = 1) = 1.3 - 0.9^2 = 0.49.$$

Donde a resposta corrente seja **D: 0.49**.

Pergunta 5

2 valores

Num estudo de dinâmica de gases, a velocidade (X , em m/s) de partículas de um gás ideal segue a distribuição de Maxwell com valor esperado $50\sqrt{\pi}$ e desvio padrão $25\sqrt{\pi(3\pi-8)/2}$. Uma engenheira decide medir as velocidades de 50 partículas do referido gás, tomadas ao acaso. Assuma que estas velocidades são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas a X .

Qual é o valor aproximado da probabilidade de a média das velocidades dessas partículas ser superior a 95 m/s?

- **V.a.**

X_i = velocidade (em m/s) da partícula i , $i = 1, \dots, n$

$n = 50$

$X_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} X$

$E(X) = \mu = 50\sqrt{\pi}$

$V(X) = \sigma^2 = \frac{625}{2}\pi(3\pi-8)$

- **V.a. de interesse**

$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ = média das velocidades das n partículas

- **Valor esperado e variância de $\bar{X}$**

$E(\bar{X}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E(X_i) \stackrel{X_i \sim X}{=} E(X) = \mu$

$V(\bar{X}) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n V(X_i) \stackrel{X_i \sim i.i.d. X}{=} \frac{V(X)}{n} = \frac{\sigma^2}{n}$

- **Distribuição aproximada de $\bar{X}$**

Pelo Teorema do Limite Central (TLC), a v.a. $\bar{X}$ devidamente padronizada tem distribuição aproximadamente normal, i.e.,

$$Z = \frac{\bar{X} - E(\bar{X})}{\sqrt{V(\bar{X})}} = \frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \stackrel{a}{\sim} \text{normal}(0, 1).$$

Probabilidade pedida

$$\begin{aligned} P(\bar{X} > 95) &= 1 - P(\bar{X} \leq 95) = 1 - P\left(\frac{\bar{X} - E(\bar{X})}{\sqrt{V(\bar{X})}} \leq \frac{95 - E(\bar{X})}{\sqrt{V(\bar{X})}}\right) \stackrel{TLC}{\simeq} 1 - \Phi\left(\frac{95 - 50\sqrt{\pi}}{\frac{25\sqrt{\pi(3\pi-8)/2}}{\sqrt{50}}}\right) \\ &\simeq 1 - \Phi(1.21) \stackrel{\text{tabelas/ calc.}}{=} 1 - 0.8869 = 0.1131. \end{aligned}$$

Pergunta 6

2 valores

Das colisões de alta energia entre prótons podem resultar outras partículas. Considere que o número de pares de partículas criadas por colisão é uma variável aleatória X com função de probabilidade

$$P(X = x) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x, \quad x = 0, 1, \dots,$$

onde r é um inteiro positivo conhecido e p é uma probabilidade a estimar.

Deduza o estimador de máxima verosimilhança de p , com base numa amostra aleatória de dimensão n proveniente de X .

- **V.a. de interesse; f.p.**

X = número de pares de partículas criadas por colisão

$$P(X = x) = \binom{x+r-1}{r-1} p^r (1-p)^x, \quad x = 0, 1, \dots$$

- **Parâmetro desconhecido; espaço paramétrico**

$$p; \quad \Theta =]0, 1[$$

- **Amostra; amostra aleatória**

$$(x_1, \dots, x_n); \quad (X_1, \dots, X_n)$$

- **Obtenção da estimativa de MV de p**

Passo 1 — Função de verosimilhança

$$\begin{aligned} L(p | x_1, x_2, \dots, x_n) &= P(X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_n = x_n) \stackrel{X_i \text{ indep}}{=} \prod_{i=1}^n P(X_i = x_i) \stackrel{X_i \sim X}{=} \prod_{i=1}^n P(X = x_i) \\ &= \prod_{i=1}^n \left[\binom{x_i+r-1}{r-1} p^r (1-p)^{x_i} \right] \end{aligned}$$

Passo 2 — Função de log-verosimilhança

$$\ln L(p | \underline{x}) = nr \ln(p) + \ln(1-p) \sum_{i=1}^n x_i + \sum_{i=1}^n \ln \left[\binom{x_i+r-1}{r-1} \right]$$

Passo 3 — Maximização

A estimativa de MV de p é doravante representada por $\hat{p}$ e

$$\hat{p} : \begin{cases} \frac{d \ln L(p | \underline{x})}{dp} \Big|_{p=\hat{p}} = 0 & \text{(ponto de estacionaridade)} \\ \frac{d^2 \ln L(p | \underline{x})}{dp^2} \Big|_{p=\hat{p}} < 0 & \text{(ponto de máximo)} \end{cases}$$

$$\hat{p} : \begin{cases} \frac{nr}{\hat{p}} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{1-\hat{p}} = 0 & \Leftrightarrow & nr - \hat{p}(nr + \sum_{i=1}^n x_i) = 0 & \Leftrightarrow & \hat{p} = \frac{nr}{nr + \sum_{i=1}^n x_i} \\ -\frac{nr}{\hat{p}^2} - \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{(1-\hat{p})^2} < 0 & \text{(prop. verdadeira pois } nr, \sum_{i=1}^n x_i \geq 0) \end{cases}$$

Passo 4 — Estimador de MV de p

$$EMV(p) = \frac{nr}{nr + \sum_{i=1}^n X_i} = \frac{r}{r + \bar{X}}.$$

Pergunta 7

2 valores

Um técnico de manutenção assume que o tempo de reparação (em horas) de certa máquina elétrica é uma variável aleatória X com distribuição normal de valor esperado μ e variância σ^2 desconhecidos. Uma amostra casual de 40 registos desse tempo de reparação resultou em $\bar{x} = 8.2$ h e $s^2 = 1.6$ h².

O intervalo de confiança a 99% para σ^2 é

A: [0.952, 3.121] B: [0.976, 1.767] C: [0.935, 3.014] D: [1.000, 2.912]

- **V.a. de interesse**

X = tempo de reparação de máquina eléctrica

- **Situação**

$X \sim \text{normal}(\mu, \sigma^2)$

μ desconhecido

σ^2 DESCONHECIDO

- **Obtenção de IC para σ^2**

Passo 1 — Seleção da v.a. fulcral para μ

$$Z = \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \sim \chi_{(n-1)}^2$$

Passo 2 — Obtenção dos quantis de probabilidade

Dado que $(1 - \alpha) \times 100\% = 99\%$ (i. e., $\alpha = 0.01$), faremos uso dos quantis equilibrados

$$\begin{cases} a_\alpha = F_{\chi_{(n-1)}^2}^{-1}(\alpha/2) = F_{\chi_{(39)}^2}^{-1}(0.005) \stackrel{\text{tabelas, calc.}}{=} 20.00 \\ b_\alpha = F_{\chi_{(n-1)}^2}^{-1}(1 - \alpha/2) = F_{\chi_{(39)}^2}^{-1}(0.995) \stackrel{\text{tabelas, calc.}}{=} 65.48. \end{cases}$$

Passo 3 — Inversão da desigualdade $a_\alpha \leq Z \leq b_\alpha$

$$P(a_\alpha \leq Z \leq b_\alpha) = 1 - \alpha$$

$$P\left(a_\alpha \leq \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} \leq b_\alpha\right) = 1 - \alpha$$

$$P\left(\frac{(n-1)S^2}{b_\alpha} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1)S^2}{a_\alpha}\right) = 1 - \alpha$$

Passo 4 — IC aproximado a $(1 - \alpha) \times 100\%$ para μ

A expressão geral do intervalo aproximado de confiança a $(1 - \alpha) \times 100\%$ para σ^2 é

$$IC_{(1-\alpha) \times 100\%}(\sigma^2) = \left[\frac{(n-1)S^2}{b_\alpha}, \frac{(n-1)S^2}{a_\alpha} \right].$$

Logo, para $n = 40$, o par de quantis acima e $s^2 = 1.6$, temos

$$IC_{99\%}(\sigma^2) = \left[\frac{(40-1) \times 1.6}{65.48}, \frac{(40-1) \times 1.6}{20.00} \right] \\ \approx [0.952, 3.120].$$

Pergunta 8

2 valores

Para analisar a resistência de um material cerâmico usado em pavimentos, 25 peças desse material foram instaladas num local de acesso público. Observados os seus desgastes após seis meses, constatou-se que o desgaste médio foi de 290.

Considere que a distribuição do desgaste é normal com valor esperado μ desconhecido e variância $\sigma^2 = 100$ e teste a hipótese $H_0 : \mu = 300$ contra $H_1 : \mu < 300$. Calcule o valor-p deste teste e refira para que níveis de significância se deve rejeitar H_0 .

- **V.a. de interesse**

X = desgaste do material

- **Situação**

$X \sim \text{normal}(\mu, \sigma^2)$

μ DESCONHECIDO

$\sigma^2 = 100$

- **Hipóteses**

$H_0 : \mu = \mu_0 = 300$

$H_1 : \mu < \mu_0$

- **Estatística de teste**

$$T = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \sim_{H_0} \text{normal}(0, 1)$$

- **Região de rejeição de H_0 (para valores da estatística de teste)**

O teste é unilateral superior ($H_1 : \mu < \mu_0$), logo a região de rejeição de H_0 é do tipo $W = (-\infty, c)$.

- **Valor-p e comentário**

Atendendo a que $\bar{x} = 290$, o valor observado da estatística de teste e o valor-p são iguais a

$$\begin{aligned} t &= \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2/n}} \\ &= \frac{290 - 300}{\sqrt{100/25}} \\ &\approx -5 \\ \text{valor} - p &= P(T < t \mid H_0) \\ &= \Phi(t) \\ &\approx \Phi(-5) \\ &= 1 - \Phi(5) \quad [< 1 - \Phi(4.09)] \stackrel{\text{tabelas}}{=} 1 - 0.999978 \approx 0.0000 \\ &\stackrel{\text{calc.}}{\approx} 0.0000. \end{aligned}$$

Assim sendo, devemos rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 > \text{valor} - p \approx 0.00\%$, designadamente a qualquer dos n.u.s., 1%, 5% e 10%.

Num estudo sobre a disponibilidade de medicamentos, registou-se o número (X) de farmácias que foi necessário visitar até se encontrar um certo medicamento que escasseia. Suspeita-se que a variável aleatória X possua distribuição geométrica de valor esperado 2 (hipótese H_0). Admitindo esta distribuição como válida, calcularam-se ainda as frequências esperadas das classes indicadas na tabela abaixo.

Nº de farmácias visitadas	1	2	3	4	≥ 5
Frequência absoluta observada	52	24	20	14	10
Frequência absoluta esperada sob H_0	60	30	15	7.5	7.5

Teste a hipótese de X seguir a distribuição atrás referida ao nível de significância de 7.5%.

- V.a. de interesse**

X = número de farmácias visitadas até à compra do medicamento

- Hipóteses**

$H_0 : X \sim \text{geométrica}(p = 0.5)$ (pois $E(X) = 1/p = 2$)

$H_1 : X \not\sim \text{geométrica}(p = 0.5)$

- N.s.**

$\alpha_0 = 0.075$

- Estatística de teste**

$$T = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \underset{H_0}{\sim} \chi^2_{(k-1)}$$

onde: k = número de classes = 5; O_i = frequência absoluta observada da classe i ;

E_i = frequência absoluta esperada, sob H_0 , da classe i .

- Região de rejeição de H_0** (para valores observados da estatística de teste)

Ela é, para o teste de ajustamento do qui-quadrado, um intervalo à direita $W = (c, +\infty)$, onde

$$c = F_{\chi^2_{(k-1)}}^{-1}(1 - \alpha_0) = F_{\chi^2_{(4)}}^{-1}(0.925) \stackrel{\text{tabelas, calc.}}{=} 8.496.$$

- Decisão**

Para o cálculo do valor observado da estatística de teste convém recorrer à seguinte tabela auxiliar:

i	Classe	Freq. abs. obs. o_i	Freq. abs. esper. sob H_0 $E_i = n \times p_i^0$	Parcelas valor obs. estat. teste $\frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$
1	1	52	60	$\frac{(52-60)^2}{60} \approx 1.0(6)$
2	2	24	30	1.2
3	3	20	15	1.(6)
4	4	14	7.5	5.6(3)
5	≥ 5	10	7.5	0.8(3)
		$\sum_{i=1}^k o_i = n = 120$	$\sum_{i=1}^k E_i = n = 120$	$t = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i} \approx 10.4$

Uma vez que $t \approx 10.4 \in W = (8.496, +\infty)$ devemos rejeitar H_0 ao n.s. de 7.5% [ou a qualquer outro n.s. superior a 7.5%].

Um engenheiro de materiais pretende estudar a relação entre a carga aplicada (x , em kN) e a deformação observada (Y , em mm) numa determinada liga metálica. A partir de uma amostra casual de 30 dados

experimentais, ele obteve os seguintes valores:

$$\bar{x} = 15.5, \quad \sum_{i=1}^{30} x_i^2 - n \bar{x}^2 = 2247.5, \quad \hat{\beta}_0 \simeq 2.890767, \quad \hat{\beta}_1 \simeq 0.559843, \quad \hat{\sigma}^2 \simeq 1.5.$$

Considerando apropriado o modelo de regressão linear simples, $Y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$, e as hipóteses de trabalho convenientes, teste $H_0 : E(Y | x_0 = 15) = 11$ contra $H_1 : E(Y | x_0 = 15) \neq 11$.

O engenheiro deve

A: Rejeitar H_0 a 1%, 5% e 10%.

B: Rejeitar H_0 a 5% e 10% e não rejeitar H_0 a 1%.

C: Rejeitar H_0 a 10% e não rejeitar H_0 a 1% e 5%.

D: Não rejeitar H_0 a 1%, 5% e 10%.

- **[Modelo de RLS e hipóteses de trabalho]**

Y = deformação (v.a. resposta)

x = carga aplicada (variável explicativa)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\varepsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{normal}(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n]$$

- **Hipóteses**

$$H_0 : \beta_0 + \beta_1 x_0 = e_0 = 11 \quad (x_0 = 15)$$

$$H_1 : \beta_0 + \beta_1 x_0 \neq e_0$$

- **Estatística de teste**

$$T = \frac{\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0 - e_0}{\sqrt{\left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \right] \hat{\sigma}^2}} \sim_{H_0} t_{(n-2)}$$

- **Região de rejeição de H_0** (para valores de T)

Estamos a lidar com um teste bilateral ($H_1 : \beta_0 + \beta_1 x_0 \neq e_0$), logo a região de rejeição de H_0 é do tipo $W = (-\infty, -c) \cup (c, +\infty)$.

- **Decisão** (com base no valor-p)

O valor observado da estatística de teste é

$$\begin{aligned} t &= \frac{(\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_0) - e_0}{\sqrt{\left[\frac{1}{n} + \frac{(\bar{x} - x_0)^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2} \right] \hat{\sigma}^2}} \\ &\simeq \frac{(2.890767 + 0.559843 \times 15) - 11}{\sqrt{\left[\frac{1}{30} + \frac{(15.5 - 15)^2}{2247.5} \right] \times 1.5}} \\ &\simeq 1.287671. \end{aligned}$$

Dado que o teste é bilateral e a f.d.p. de T sob H_0 é simétrica em relação à origem, temos

$$\begin{aligned} \text{valor} - p &= P(|T| > |t| \mid H_0) \\ &= 2 \times [1 - F_{t_{(n-2)}}(|t|)] \\ &\stackrel{calc.}{=} 2 \times [1 - F_{t_{(28)}}(1.287671)] \\ &= 0.208402. \end{aligned}$$

Assim sendo, devemos decidir pela

– não rejeição de H_0 a qualquer n.s. $\alpha \leq 20.8402\%$, em particular aos n.u.s. de 1%, 5% e 10%,

pelo que a opção correcta é **D:** Não rejeitar H_0 a 1%, 5% e 10%.

Alternativamente, a consulta das tabelas dos quantis de probabilidade da distribuição da t-student com $n - 2 = 28$ graus de liberdade permite concluir que

$$F_{t(28)}^{-1}(0.85) = 1.056 < 1.287671 < 1.313 = F_{t(28)}^{-1}(0.90)$$

$$0.85 < F_{t(28)}(1.287671) < 0.90$$

$$0.20 = 2 \times (1 - 0.9) < \text{valor} - p = 2 \times [1 - F_{t(28)}(1.287671)] < 2 \times (1 - 0.85) = 0.30$$

Assim, o valor-p estará entre 0.20 e 0.30 e a opção correcta é **D**: Não rejeitar H_0 a 1%, 5% e 10%.