

Duração: 120 minutos

Exame de Época de Recurso — B

- As questões de escolha múltipla têm uma e apenas uma resposta correta. Caso assinale uma resposta errada ou mais de uma resposta, serão descontados 0.5 valores.
- As respostas às questões de escolha múltiplas têm de ser assinaladas na folha de instruções previamente distribuída.
- Para as restantes questões, terá de justificar convenientemente as suas respostas.
- Só pode sair da sala uma hora após o início do exame, devendo nesse caso entregar a sua prova ou desistir da mesma.

Pergunta 1

2 valores

Considere que, em cada dia, um mercado de ações pode estar num de três estados possíveis: em *alta*, em *baixa* ou *estagnado*. Admita que, em qualquer dia, a probabilidade de o mercado estar em *alta* é igual a 0.1 e que, dado que num dia o mercado está em *alta*, a probabilidade de esse estado se manter no dia seguinte é de 0.8, independentemente dos estados do mercado em dias anteriores.

Calcule a probabilidade de o mercado se encontrar em *alta* durante 4 dias consecutivos.

• **Quadro de acontecimentos e probabilidades**

Acontecimento	Probabilidade
$A_i = \text{o mercado está em alta no dia } i$	$P(A_i) = 0.1$
	$P(A_{i+1} A_i \cap \dots \cap A_1) = P(A_{i+1} A_i) = 0.8$

• **Prob. pedida**

Invocando o lei da probabilidade composta e o facto de $P(A_{i+1} | A_i \cap \dots \cap A_1) = P(A_{i+1} | A_i) = 0.8$, tem-se sucessivamente

$$\begin{aligned}
 P(\cap_{i=1}^4 A_i) &= P(A_4 | A_3 \cap A_2 \cap A_1) \times P(A_3 | A_2 \cap A_1) \times P(A_2 | A_1) \times P(A_1) \\
 &= P(A_4 | A_3) \times P(A_3 | A_2) \times P(A_2 | A_1) \times P(A_1) \\
 &= 0.8^3 \times 0.1 = 0.0512.
 \end{aligned}$$

Pergunta 2

2 valores

Num estudo sobre mutações genéticas, observou-se que a probabilidade de uma mutação ocorrer numa geração é constante e igual a $p = 0.25$, independentemente do que possa ter ocorrido nas gerações anteriores. Considere que X representa o número de gerações até que a primeira mutação ocorra.

O valor esperado de $(X^2 + 2X + 1)$ é igual a

A: 33 B: 37 C: 21 D: 36

• **V.a. e f.p.**

X = número de gerações até que a primeira mutação ocorra

$X \sim \text{geométrica}(p = 0.25)$

$$P(X = x) = (1 - 0.25)^{x-1} 0.25, \quad x = 1, 2, \dots$$

• **Valor esperado pedido**

Uma vez que $E[f(X)] = E(X^2 + 2X + 1) = E(X^2) + 2 \times E(X) + 1$, onde

$$\begin{aligned} E(X) &\stackrel{form.}{=} \frac{1}{p} = \frac{1}{0.25} = 4 \\ E(X^2) &= V(X) + E^2(X) \\ &\stackrel{form.}{=} \frac{1-p}{p^2} + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \frac{2-p}{p^2} = \frac{2-0.25}{(0.25)^2} = \frac{1.75}{0.0625} = 28. \end{aligned}$$

Logo, o valor esperado pedido é dado por

$$E[f(X)] = E(X^2) + 2E(X) + 1 = 28 + 2 \times 4 + 1 = 37,$$

Pergunta 3

2 valores

A duração (T , em centenas de horas) de uma componente mecânica de uma máquina industrial, segue uma distribuição log-normal com parâmetros μ e σ^2 , o que significa que $\ln(T) \sim \text{normal}(\mu, \sigma^2)$. Para prevenir falhas, está prevista uma inspeção de manutenção às 200 horas.

Calcule a probabilidade de que uma componente, que foi declarada operacional pela inspeção, dure pelo menos mais 300 horas, quando $\mu = 1.5$ e $\sigma = 0.4$.

• **V.a., distribuição e f.d.**

T = duração (em centenas de horas)

$\ln(T) \sim \text{normal}(\mu = 1.5, \sigma^2 = 0.4^2)$

$\frac{\ln(T) - \mu}{\sigma} \sim \text{normal}(0, 1)$

$$P(T \leq t) = P[\ln(T) \leq \ln(t)] = P\left[\frac{\ln(T) - \mu}{\sigma} \leq \frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right] = \Phi\left[\frac{\ln(t) - \mu}{\sigma}\right]$$

• **Probabilidade pedida**

$$\begin{aligned} P(T \geq 2 + 3 \mid T \geq 2) &= P[\ln(T) \geq \ln(5) \mid \ln(T) \geq \ln(2)] = \frac{P[\ln(T) \geq \ln(5), \ln(T) \geq \ln(2)]}{P[\ln(T) \geq \ln(2)]} \\ &= \frac{P[\ln(T) \geq \ln(5)]}{P[\ln(T) \geq \ln(2)]} = \frac{1 - \Phi\left[\frac{\ln(5) - 1.5}{0.4}\right]}{1 - \Phi\left[\frac{\ln(2) - 1.5}{0.4}\right]} \approx \frac{1 - \Phi(0.27)}{1 - \Phi(-2.02)} = \frac{1 - \Phi(0.27)}{\Phi(2.02)} \\ &\stackrel{tabelas, calc.}{=} \frac{1 - 0.6064}{0.9783} \approx 0.402331. \end{aligned}$$

Pergunta 4

2 valores

Considere que a variável aleatória X assume os valores -1 , 0 e $+1$ com o seguinte significado:

$$X = \begin{cases} -1, & \text{se o bit foi corretamente recebido como } -1 \\ 0, & \text{se o sinal foi corrompido, não podendo ser identificado} \\ +1, & \text{se o bit foi corretamente recebido como } +1. \end{cases}$$

Note-se que a variável aleatória $Y = X^2$ está associada à correção da transmissão, assumindo o valor 1 se o bit foi corretamente recebido e o valor 0 caso contrário.

Ao ter em conta que $P(X = -1) = P(X = 1) = 0.49$ e $P(X = 0) = 0.02$, o valor da correlação entre X e Y é igual a

A: 0.02 B: 0 C: 0.5 D: 0.49

• **F.p. conjunta do par aleatório (X, Y) :**

X	Y = X ²	
	0	1
-1	0	0.49
0	0.02	0
+1	0	0.49

• **Valor esperados, variâncias e covariância**

Uma vez que $corr(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{V(X) \times V(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X) \times E(Y)}{\sqrt{V(X) \times V(Y)}}$, são necessários alguns cálculos auxiliares que envolverão as seguintes funções especificadas acima: a f.p. conjunta de (X, Y) ; as f.p. marginais de X e Y dadas por $P(X = x) = \sum_y P(X = x, Y = y)$ e $P(Y = y) = \sum_x P(X = x, Y = y)$. Importa ainda notar que, de um modo geral, $E[g(X, Y)] = \sum_x \sum_y g(x, y) \times P(X = x, Y = y)$. Assim sendo:

$$E(X) = \sum_{x=-1}^1 x \times P(X = x) = -1 \times 0.49 + 0 \times 0.02 + 1 \times 0.49 = 0$$

$$E(Y) = E(X^2) = \sum_{x=-1}^1 x^2 \times P(X = x) = (-1)^2 \times 0.49 + 0 \times 0.02 + 1 \times 0.49 = 0.98$$

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X) = 0.98 - 0^2 = 0.98$$

$$E(Y^2) = \sum_{y=0}^1 y^2 \times P(Y = y) = \sum_{y=0}^1 y \times P(Y = y) E(Y) = 0.98$$

$$V(Y) = E(Y^2) - E^2(Y) = 0.98 - 0.98^2 = 0.0196$$

$$E(XY) = \sum_{x=-1}^1 \sum_{y=0}^1 xy \times P(X = x, Y = y) = -1 \times 1 \times 0.49 + 0 \times 0 \times 0.02 + 1 \times 1 \times 0.49 = 0$$

$$cov(X, Y) = E(XY) - E(X) \times E(Y) = 0 - 0 \times 0.98 = 0.$$

• **Correlação entre X e Y**

$$corr(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{V(X) \times V(Y)}} = \frac{E(XY) - E(X) \times E(Y)}{\sqrt{V(X) \times V(Y)}} = \frac{0 - 0 \times 0.98}{\sqrt{0.98 \times 0.0196}} = 0.$$

[Alternativamente, quem tiver mostrado que $E(X) = E(XY) = 0$ e concluído que $corr(X, Y) = 0$ deverá ter a cotação completa.]

Pergunta 5

2 valores

Admita que o tempo entre duas ocorrências sucessivas de acidentes rodoviários, em determinado troço de uma estrada e no horário de maior afluência, é uma variável aleatória X exponencial com valor esperado igual a 25 minutos.

Qual é a probabilidade (aproximada) de a média de 30 desses tempos exceder 35 minutos, supondo que tais tempos são variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas a X .

• **V.a.; valor esperado e variância comuns**

X_i = tempo entre ocorrências sucessivas de acidentes nas condições referidas, $i = 1, \dots, n$

$n = 30$

$X_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} X \sim \text{exponencial}(\lambda)$; $E(X_i) = E(X) = \mu = 25 = \lambda^{-1}$; $V(X_i) = V(X) = \sigma^2 = 25^2 = 625$.

• **V.a. de interesse**

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

$$E(\bar{X}) = \dots = E(X) = \mu = 25$$

$$V(\bar{X}) = \dots = \frac{V(X)}{n} = \frac{\sigma^2}{n} = \frac{25^2}{30}$$

- **Distribuição aproximada de $\bar{X}$**

De acordo com o TLC,

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \underset{a}{\sim} \text{normal}(0, 1).$$

- **Prob. pedida** (valor aproximado)

$$\begin{aligned} P(\bar{X} > 35) &= 1 - P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \leq \frac{35 - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right) \\ &\stackrel{TLC}{\simeq} 1 - \Phi\left(\frac{35 - 25}{25/\sqrt{30}}\right) \simeq 1 - \Phi(2.19) \stackrel{tabelas/calcul.}{\simeq} 1 - 0.9857 = 0.0143. \end{aligned}$$

Pergunta 6

2 valores

A velocidade do vento é frequentemente modelada, em meteorologia, por uma variável aleatória X cuja função de densidade de probabilidade é dada por

$$f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \geq 0,$$

onde σ é um parâmetro a estimar.

Deduz o estimador de máxima verosimilhança de σ com base em $(X_1, \dots, X_n)$, uma amostra aleatória de dimensão n proveniente de X .

- **V.a. de interesse; f.d.p.**

X = velocidade do vento

$$f_X(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \geq 0$$

- **Parâmetro desconhecido**

$$\sigma \quad (\sigma > 0)$$

- **Amostra; amostra aleatória**

$$(x_1, \dots, x_n);$$

$$(X_1, \dots, X_n)$$

- **Obtenção da estimativa de MV de σ**

Função de verosimilhança

$$\begin{aligned} L(\sigma | \underline{x}) &= f_{\underline{X}}(\underline{x}) \stackrel{X_i \text{ indep.}}{=} \prod_{i=1}^n f_{X_i}(x_i) \stackrel{X_i \sim X}{=} \prod_{i=1}^n f_X(x_i) = \prod_{i=1}^n \left[\frac{x_i}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2\sigma^2}\right) \right] \\ &= \sigma^{-2n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) \prod_{i=1}^n x_i \end{aligned}$$

Função de log-verosimilhança

$$\ln L(\sigma | \underline{x}) = -2n \ln(\sigma) - \frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n \ln(x_i)$$

Passo 3 — Maximização

A estimativa de MV de σ será representada por $\hat{\sigma}$ e

$$\hat{\sigma} : \begin{cases} \left. \frac{d \ln L(\sigma | \underline{x})}{d\sigma} \right|_{\sigma=\hat{\sigma}} = 0 & \text{(ponto de estacionaridade)} \\ \left. \frac{d^2 \ln L(\sigma | \underline{x})}{d\sigma^2} \right|_{\sigma=\hat{\sigma}} < 0 & \text{(ponto de máximo)} \end{cases}$$

$$\hat{\sigma} : \begin{cases} -\frac{2n}{\hat{\sigma}} + \frac{1}{\hat{\sigma}^3} \sum_{i=1}^n x_i^2 = 0 \\ \frac{2n}{\hat{\sigma}^2} - \frac{3}{\hat{\sigma}^4} \sum_{i=1}^n x_i^2 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i^2} \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 - 3 \sum_{i=1}^n x_i^2 = -2 \sum_{i=1}^n x_i^2 < 0 \quad (\text{prop. verdadeira}). \end{cases}$$

Passo 4 — Estimador de MV de σ

$$EMV(\sigma) = \sqrt{\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n X_i^2}.$$

Pergunta 7

2 valores

A densidade de determinada solução química é representada pela variável aleatória X com valor esperado μ e desvio padrão σ desconhecidos. Foi recolhida uma amostra de 31 frascos dessa solução química e medidas as densidades das soluções, tendo-se obtido a média amostral $\bar{x} = 0.768$ e o desvio padrão amostral $s = 0.0231$.

O intervalo de confiança aproximado a 99% para μ é

A: [0.7566, 0.7794] B: [0.4367, 1.0990] C: [0.4143, 1.1217] D: [0.7573, 0.7787]

• V.a. de interesse

X = densidade de uma solução química

• Situação

X com distribuição arbitrária

$\mu = E(X)$ DESCONHECIDO

$\sigma^2 = V(X)$ desconhecida

• Obtenção do IC aproximado para μ

Passo 1 — Variável aleatória fulcral para μ

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \stackrel{a}{\sim} \text{normal}(0, 1)$$

Passo 2 — Quantis de probabilidade

Dado que $(1 - \alpha) \times 100\% = 99\%$, usaremos os quantis

$$(a_\alpha, b_\alpha) : \begin{cases} P(a_\alpha \leq Z \leq b_\alpha) = 1 - \alpha \\ P(Z < a_\alpha) = P(Z > b_\alpha) = \alpha/2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_\alpha = \Phi^{-1}(\alpha/2) = -\Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \stackrel{\text{tabelas/calc.}}{=} -2.5758 \\ b_\alpha = \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) = \Phi^{-1}(0.995) \stackrel{\text{tabelas/calc.}}{=} 2.5758. \end{cases}$$

Passo 3 — Inversão da desigualdade $a_\alpha \leq Z \leq b_\alpha$

$$P(a_\alpha \leq Z \leq b_\alpha) \simeq 1 - \alpha$$

$$P\left[a_\alpha \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \leq b_\alpha\right] \simeq 1 - \alpha$$

$$P\left[\bar{X} - b_\alpha \times \frac{S}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} - a_\alpha \times \frac{S}{\sqrt{n}}\right] \simeq 1 - \alpha$$

Passo 4 — Concretização

Atendendo à expressão geral do IC aproximado para μ ,

$$IC_{(1-\alpha) \times 100\%}(\mu) = \left[\bar{x} \pm \Phi^{-1}(1 - \alpha/2) \times \frac{s}{\sqrt{n}} \right],$$

e ao par de quantis acima e ao facto de $\bar{x} = 0.768$ e $s \approx 0.0231$, temos:

$$\begin{aligned} IC_{99\%}(\mu) &\simeq \left[0.768 - 2.5758 \times \frac{0.0231}{\sqrt{31}}, 0.768 + 2.5758 \times \frac{0.0231}{\sqrt{31}} \right] \\ &\simeq [0.7573, 0.7787]. \end{aligned}$$

Pergunta 8

2 valores

Um certo procedimento para medir a concentração de um dado reagente numa reação química fornece valores que se admite terem distribuição normal. Para avaliar a precisão do procedimento, efectuaram-se 10 medições independentes tendo-se obtido um desvio padrão amostral igual a $s = 0.159$.

Teste a hipótese $H_0 : \sigma^2 = 0.01$ contra $H_1 : \sigma^2 > 0.01$. Obtenha o valor-p deste teste e adiante para que níveis de significância não se deve rejeitar H_0 .

- **V.a. de interesse**

X = medição da concentração de um dado reagente numa reação química

- **Situação**

$X \sim \text{normal}(\mu, \sigma^2)$

μ desconhecido

σ^2 DESCONHECIDO

- **Hipóteses**

$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2 = 0.01$

$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$

- **Estatística de teste**

$$\frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} \sim_{H_0} \chi_{(n-1)}^2$$

- **Região de rejeição de H_0 (para valores da estatística de teste)**

O teste é unilateral superior ($H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$), logo a região de rejeição de H_0 é do tipo $W = (c, +\infty)$.

- **Valor-p e comentário**

Atendendo a que $s^2 = 13832.50$, o valor observado da estatística de teste e o valor-p são iguais a

$$\begin{aligned} t &= \frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} \\ &= \frac{(10-1) \times 0.159^2}{0.01} \\ &\simeq 22.753 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{valor-p} &= P(T > t \mid H_0) \\ &= 1 - F_{\chi_{(n-1)}^2}(t) = 1 - F_{\chi_{(9)}^2}(22.753) \stackrel{calc.}{=} 0.0068, \end{aligned}$$

é suposto:

- rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 > \text{valor-p} = 0.68\%$, designadamente aos n.u.s. (1%, 5% e 10%);
- não rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 \leq \text{valor-p} = 0.68\%$.

[Alternativamente, poderíamos recorrer às tabelas de quantis da distribuição do qui-quadrado e adiantar um intervalo para o valor-p:

$$F_{\chi^2_{(9)}}^{-1}(0.99) = 21.67 < t = 22.753 < 23.59 = F_{\chi^2_{(9)}}^{-1}(0.995)$$

$$0.005 = 1 - 0.995 < \text{valor} - p = 1 - F_{\chi^2_{(9)}}(22.753) < 1 - 0.99 = 0.01$$

Assim, é suposto:

- rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 \geq \text{valor} - p = 1\%$, nomeadamente aos n.u.s. (1%, 5% e 10%);
- não rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 \leq \text{valor} - p = 0.5\%$.

Pergunta 9

2 valores

Um engenheiro mecânico pretende averiguar se o número diário de acidentes em determinada rodovia segue uma distribuição de Poisson com um valor esperado de 0.85 acidentes por dia (hipótese H_0). Com base no teste de ajustamento do qui-quadrado e na tabela de frequências seguinte referente aos registos de 500 dias selecionados casualmente

Número de acidentes	0	1	2	3	≥ 4
Frequência absoluta observada	220	180	60	30	10
Frequência absoluta esperada sob H_0	213.7	181.7	77.2	21.9	5.5

teste H_0 ao nível de significância de 1%.

- **V.a. de interesse**

X = número diário de acidentes

- **Hipóteses**

$H_0 : X \sim \text{Poisson}(0.85)$

$H_1 : X \not\sim \text{Poisson}(0.85)$

- **N.s.**

$\alpha_0 = 0.01$

- **Estatística de teste**

$$T = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \underset{H_0}{\sim} \chi^2_{(k-1)}$$

onde: k = número de classes = 5; O_i = frequência absoluta observada da classe i ;

E_i = frequência absoluta esperada, sob H_0 , da classe i .

- **Região de rejeição de H_0** (para valores observados da estatística de teste)

Ela é, para o teste de ajustamento do qui-quadrado, um intervalo à direita $W = (c, +\infty)$, onde

$$c = F_{\chi^2_{(k-1)}}^{-1}(1 - \alpha_0) = F_{\chi^2_{(4)}}^{-1}(0.99) \stackrel{\text{tabelas/calcul.}}{=} 13.28.$$

- **Decisão**

Para o cálculo do valor observado da estatística de teste convém recorrer à seguinte tabela auxiliar:

i	Classe	Freq. abs. obs. o_i	Freq. abs. esper. sob H_0 $E_i = n \times p_i^0$	Parcelas valor obs. estat. teste $\frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$
1	0	220	213.7	$\frac{(220-213.7)^2}{213.7} \approx 0.186$
2	1	180	181.7	0.016
3	2	60	77.2	3.832
4	3	30	21.9	2.996
5	≥ 4	10	5.5	3.682
		$\sum_{i=1}^k o_i = n = 500$	$\sum_{i=1}^k E_i = n = 500$	$t = \sum_{i=1}^k \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i} \approx 10.712$

Uma vez que $t \approx 10.712 \notin W = (13.28, +\infty)$ não devemos rejeitar H_0 ao n.s. de 1% [ou a qualquer outro n.s. inferior a 1%].

Pergunta 10

2 valores

Sabe-se que o tempo de operação até falha (Y , em minutos) de uma componente de determinada máquina está relacionado com a sua tensão de funcionamento (x). Uma experiência envolvendo $n = 10$ componentes da máquina foi realizada num laboratório para investigar essa relação, tendo sido registados os seguintes valores:

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 1160; \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 - n\bar{x}^2 = 390; \quad \hat{\beta}_0 \approx 1240.86; \quad \hat{\sigma}^2 \approx 1525.53.$$

Tendo presentes estes valores e as hipóteses de trabalho convenientes, teste a hipótese $H_0 : \beta_0 = 1100$ contra $H_1 : \beta_0 \neq 1100$. O valor-p (aproximado às centésimas) deste teste é

A: 0.28 B: 0.56 C: 0.49 D: 0.27

• [Modelo de RLS e hipóteses de trabalho

Y = tempo de operação até falha (v.a. resposta)

x = tensão de funcionamento (variável explicativa)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

$$\varepsilon_i \stackrel{i.i.d.}{\sim} \text{normal}(0, \sigma^2), \quad i = 1, \dots, n]$$

• Estimativas de β_0 , β_1 e σ^2

• Hipóteses

$$H_0 : \beta_0 = \beta_{0,0} = 2000$$

$$H_1 : \beta_0 \neq \beta_{0,0}$$

• Estatística de teste

$$T = \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{0,0}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} \right)}} \sim_{H_0} t_{(n-2)}$$

• Região de rejeição de H_0 (para valores de T)

Estamos a lidar com um teste bilateral ($H_1 : \beta_0 \neq \beta_{0,0}$), logo a região de rejeição de H_0 é do tipo $W = (-\infty, -c) \cup (c, +\infty)$.

• Decisão (com base no valor-p)

Atendendo aos valores do enunciado, o valor observado da estatística de teste e o valor-p são iguais a

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{\hat{\beta}_0 - \beta_{0,0}}{\sqrt{\hat{\sigma}^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} \right)}} \\
 &\approx \frac{1240.86 - 1100}{\sqrt{1525.53 \times \left[\frac{1}{10} + \frac{(1160/10)^2}{390} \right]}} \\
 &\approx 0.613088.
 \end{aligned}$$

$$valor - p = 2 \times P(T > |t| \mid H_0) = 2 \times [1 - F_{t_{(n-2)}}(|t|)] = 2 \times [1 - F_{t_{(8)}}(0.613088)] \stackrel{calc.}{\approx} 0.56.$$

Logo, a resposta correcta é **B**: 0.56.

[Mais, não devemos rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 \leq valor - p = 56\%$, designadamente aos n.u.s. de 1%, 5% e 10%.]

[Alternativamente, poderíamos recorrer às tabelas de quantis da distribuição do qui-quadrado e adiantar um intervalo para o valor-p:

$$\begin{aligned}
 F_{t_{(8)}}^{-1}(0.7) = 0.546 &< t = 0.613088 < 0.706 = F_{t_{(12)}}^{-1}(0.75) \\
 0.7 &< F_{t_{(12)}}(0.613088) < 0.75 \\
 0.5 = 2 \times (1 - 0.75) &< valor - p = 2 \times [1 - F_{t_{(8)}}(0.613088)] < 2 \times (1 - 0.7) = 0.6.
 \end{aligned}$$

Logo, a resposta correcta é **B**: 0.56.

[Mais, é suposto não rejeitar H_0 a qualquer n.s. $\alpha_0 \leq valor - p = 50\%$, nomeadamente aos n.u.s. de 1%, 5% e 10%.]