PROBLEMAS DE STOCKS

1 Introdução

1.1, Generalidades; 1.2, Características gerais dos problemas de stocks; 1.3, Representação gráfica; 1.4, Reaprovisionamentos; 1.5, Atrasos de reaprovisionamento.

Segundo: Arnold KAUFMANN, "Méthodes et Modèles de la Recherche Opérationnelle", Tomo I, 2ª. edição, Dunod, Paris, 1970, p 165, Cap. IV, "Problèmes de stocks"

1.1 Generalidades

O fornecimento das matérias e equipamentos necessários aos fabricos, os pedidos dos clientes, as disponibilidades razoáveis em peças de reserva põem problemas muito variados. É difícil fazer uma classificação coerente e lógica dos problemas de stocks. Convém, no entanto, reconhecer em primeiro lugar a natureza da procura, que pode ser:

- Determinada (previsível com uma certa precisão);
- Aleatória, mas estatìsticamente estável;
- Aleatória, mas estatìsticamente instável (sazonal);
- Desconhecida.

Nos problemas de stocks intervêm constrangimentos que podem ser:

- Interacções entre os diversos produtos;
- Limitações de meios (volume, peso, tempo operatório, disponibilidades financeiras, etc.).

Definir-se-á, de cada vez, uma função económica a optimizar, que se apresentará freqüentemente, quando a procura é aleatória, sob a forma duma esperança matemática do custo global.

1.2 Características gerais dos problemas de stocks

Reconhecida a variedade dos problemas de stocks que se encontram na prática industrial ou noutros domínios, far-se-á apenas uma passagem em revista dos principais, sobretudo para daí identificar alguns conceitos simples.

Os problemas de stocks apresentam-se sob a forma de fenómenos de espera de natureza particular. Em vez de admitirmos (como se faz na teoria das filas de espera) que as unidades chegam ou são servidas uma a uma, suporemos que as chegadas e o serviço respeitam a conjuntos de unidades. Os fenómenos serão estudados com a ajuda da noção de probabilidade, mas, em certos casos, aliás, freqüentes, em que as variâncias são fracas, podem-se-lhes associar modelos determinísticos.

Todos os problemas de stocks fazem aparecer:

Ortografia do *Autor*

(1) Uma procura de certos artigos, que, em geral, é aleatória e função do tempo, mas que também pode ser conhecida e determinada.

(2) A existência dum stock destes artigos para satisfazer a procura, stock que se esgota e que tem de ser reaprovisionado ou renovado. O reaprovisionamento ("reposição") pode ser contínuo, periódico ou ainda efectuado a intervalos quaisquer.

(3) Custos associados a estas operações: investimentos, depreciação, seguros, riscos diversos, armazenagem, etc., sem esquecer aquele que se atribui mais ou menos arbitràriamente à penúria e que tem um papel essencial em certos problemas. Estes custos permitem estabelecer uma função económica que nos propomos optimizar.

(4) Objectivos a atingir ou constrangimentos que intervêm em conseqüência da natureza do problema.

1.3 Representação gráfica

Para descrever um problema de stocks, é cómodo utilizar a representação dada pela Figura 1, em que aparecem o stock inicial S_i, o stock final S_f, o intervalo θ que separa os instantes em que se observaram S_i e S_f. Em geral, as procuras são quantidades aleatórias, representadas por um traçado em degraus. É freqüente substituir este traçado por uma recta ou uma curva que dará uma descrição analítica mais fácil da procura.

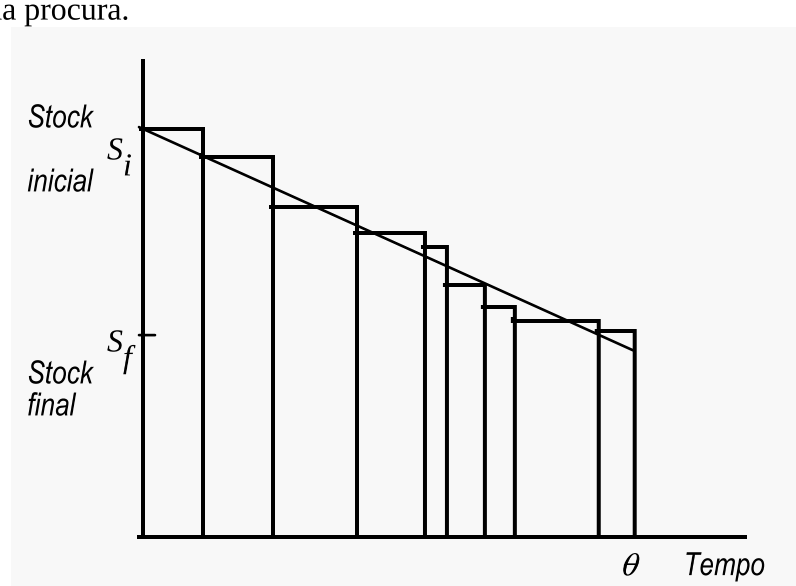


Figura 1

1.4 Reaprovisionamento

Suponhamos que o intervalo de tempo entre a expedição da ordem de reaprovisionamento (ou "reposição") e a recepção é nulo (desprezável). Distinguir-se-ão então dois métodos principais de gestão elementar do stock. O primeiro é designado ***método por períodos***. Estipula-se um período T ao fim do qual a reposição é sistemàticamente efectuada. Este método apresenta o inconveniente do risco de ruptura de stock e pode acarretar uma gestão dispendiosa, mas tem a vantagem de ser automático. O segundo poderá designar-se por ***método de relaxação***, por analogia com fenómenos físicos da mesma natureza: a quantidade fornecida é constante mas os intervalos T_1, T_2, T_3, …, já não são iguais. Deixa de haver risco de ruptura de stock, a gestão é em geral menos dispendiosa, mas não se torna tão fàcilmente sistemática.

1.5 Atrasos de reaprovisionamento

Suponhamos que o atraso de reaprovisionamento (intervalo de tempo entre a emissão da ordem e a recepção) é independente da quantidade encomendada, isto é, constante e de duração τ. Comparemos o que se passaria por um e outro dos dois métodos. No primeiro (método por períodos, T constante), a data de emissão da ordem é conhecida e é preciso (para determinar a quantidade a encomendar) extrapolar o que foi pedido no intervalo $T - \tau$, que precede τ; em certos casos, τ pode mesmo ser maior que T. No segundo método (de relaxação, vários T_i), pelo contrário, a quantidade a encomendar é constante, mas a data da emissão é desconhecida e tem de ser determinada por meio de extrapolação, por vezes insuficientemente precisa; em certos casos, $\tau > T_i$. Em geral, a procura é conhecida em probabilidade. Por vezes, o atraso é proporcional a ou função de a quantidade encomendada, o que complica a questão.

Um método muito usado para a gestão dos stocks é o de emitir uma encomenda de fornecimento constante logo que o stock atinge um valor crítico ou *nível de reposição*. (Em inglês, designa-se por *two-bin system*, ou seja “sistema dos dois caixotes”.) Este método oferece a vantagem duma gestão cómoda, mas nem sempre garante contra rupturas de stock com probabilidade suficiente.

2 Estudo de casos simples; custos proporcionais

2.1, Primeiro caso: pesquisa da dimensão óptima da encomenda; 2.2, Exemplo numérico; 2.3, Segundo caso: pesquisa da dimensão óptima da encomenda, havendo custo de penúria; 2.4, Exemplo numérico; 2.5, Terceiro caso: procura aleatória com perda sobre os excedentes e custo suplementar para a penúria (custo de armazenagem desprezável); 2.6, Exemplo numérico; 2.7, Pesquisa do custo da penúria; 2.8, Resolução; 2.9, Quarto caso: procura aleatória com custo de armazenagem e custo de penúria; 2.10, Exemplo numérico; 2.11, Resolução por cálculo numérico; 2.12, Quinto caso: procura conhecida com custo de armazenagem proporcional ao preço de venda ou de compra; 2.13, Exemplo numérico. (...)

2.1 Primeiro caso: pesquisa da dimensão óptima da encomenda

Suponhamos peças dum certo modelo que são sujeitas a procura constante, h peças por unidade de tempo, e que não se pode admitir penúria. As peças são adquiridas em encomendas ou lotes; suponha-se o custo *fixo* de encomenda ("lançamento") independente do número de peças, seja c_ℓ. O custo de armazenagem de uma peça por unidade de tempo (o dia, por exemplo) é c_s. A procura total para um intervalo de tempo θ, em estudo (*v. g.*, 1 ano), é N. Supondo que todas as encomendas contêm um mesmo número de peças, n, pergunta-se qual é o valor a dar a n para que o custo global de encomendas e da armazenagem das N peças seja mínimo (excluído o custo das próprias peças). Determinar-se-á também o número r de encomendas, assim como o período T de reposição do stock.

O nível médio do stock durante um período T é $n/2$ (n no início, 0 no fim). O custo de armazenagem durante este período é, pois: $\frac{1}{2} n\, c_s\, T$. Assim, o custo total para uma encomenda é

$$c_\ell + \frac{1}{2} n c_s T$$

Por outro lado, tem-se

$$n = h\,T$$

e

$$r = \frac{N}{n} = \frac{\theta}{T}$$

O custo total para o intervalo de tempo θ é:

$$z = \left(c_\ell + \frac{nT}{2} c_s \right) r = \left(c_\ell + \frac{nT}{2} c_s \right) \frac{N}{n} =$$

$$= \frac{N}{n} c_\ell + \frac{NT}{2} c_s = \frac{N}{n} c_\ell + \frac{\theta}{2} c_s n$$

Exprimimos, pois, z em função da quantidade variável n, sendo as outras grandezas, N, θ, c_ℓ e c_s, conhecidas. O mínimo de z (obtido por derivação ou recordando que na forma acima as duas parcelas deverão vir iguais) ocorre para

$$n_0 = \sqrt{2 \frac{N}{\theta} \frac{c_\ell}{c_s}}$$

que é a dimensão óptima procurada. Substituindo n_0 em $\frac{N}{n} = \frac{\theta}{T}$, temos

$$T_0 = \sqrt{2 \frac{\theta}{N} \frac{c_\ell}{c_s}} = \frac{\theta}{N} n_0$$

$$\left([T_0] = \sqrt{\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{u}} \frac{\$}{\$/(\mathrm{u.T})}} = \mathrm{T} \right)$$

e, como custo total,

$$z_0 = \sqrt{2 N \theta c_\ell c_s}$$

$$\left([z_0] = \sqrt{\mathrm{u\,T\,\$\,\$/(u.T)}} = \$\right)$$

2.2 Exemplo numérico[1]

Um fabricante recebe uma encomenda de $N = 120\,000$ peças, a entregar em um ano ($\theta = 360$ dias). ¿ A que cadência deve repor o seu stock, se não for admissível qualquer demora nas entregas ?

A procura deste caso é a uma taxa constante. Os custos são:

$c_s = 350\,\$\,/\,\text{dia}$ $\qquad$ $c_\ell = 30\,000\,000\,\$$

Temos:

$$n_0 = \sqrt{2\frac{120000 \times 30\mathrm{E}6}{360 \times 350}} = 7559(,3)\ \text{peça}$$

(Embora não seja *a priori* importante neste caso, devia verificar-se, numèricamente, se n_0 deve arredondar para baixo ou para cima, examinando as conseqüências em T_0 e, essencialmente, z_0.)

$$T_0 = \frac{360 \times 7559}{120000} = 22{,}68\ \text{dia}$$

$$z_0 = \sqrt{2 \times 120000 \times 360 \times 30\mathrm{E}6 \times 350} = 952470\ \text{c}$$

(Este custo refere-se ao intervalo de tempo de um ano.)

Um outro exemplo, porventura com dados mais realistas, é o seguinte (*in* Tavares *et al.* [1996][2], p 163), na sua própria nomenclatura.

Procura anual	r = 1200 kg / ano
Custo unitário de aquisição	C_1 = 20 conto / kg
Custo fixo de encomenda	A = 15 c
Custo unitário de posse	C_2 = 25 % de C_1 por ano = 5 c / kg-ano

Identificamos, na notação antes apresentada (de Kaufmann):

Procura total (anual)	N = 1200 kg
Intervalo de tempo	θ = 1 a (ano)
Custo unitário de aquisição	C = 20 c / kg
Custo fixo de encomenda	c_ℓ = 15 c
Custo (unitário) de armazenagem	c_s = 25 % de C por ano = 5 c / kg-ano

Encontramos, como soluções para as várias variáveis de interesse:

$$n_0 = \sqrt{2\frac{1200(\mathrm{kg}) \times 15(\mathrm{c})}{1(\mathrm{a}) \times 5(\mathrm{c/kg\text{-}a})}} = 84{,}9\ \text{kg}$$

---

[1] Kaufmann, *op. cit.*, p 173.

[2] L. Valadares TAVARES, R. C. OLIVEIRA, I. H. THEMIDO, F. N. CORREIA, “Investigação Operacional”, Ed. McGraw-Hill de Portugal, L$^{\underline{\text{da}}}$., Lisboa, 1996 (xvi+448 pp).

$$T_0 = \sqrt{2\frac{\theta}{N}\frac{c_\ell}{c_s}} = \sqrt{2\frac{1(\text{a})}{1200(\text{kg})}\frac{15(\text{c})}{5(\text{c}/\text{kg-a})}} = 0{,}0707 \text{ ano} = 25{,}46 \text{ dia}$$

$$z_0 = \sqrt{2\times1200(\text{kg})\times1(\text{a})\times15(\text{c})\times5(\text{c}/\text{kg-a})} = 424{,}3 \text{ c}$$

O custo de aquisição anual do material, não incluído no modelo, é $NC = 1200\times20 = 24\,000$ conto, pelo que (feita a optimização) os encargos de manutenção do stock representam $424/24\,000$, ou seja, 1,8 % daquele custo.

Concretamente, haveria que conduzir T_0 a um valor razoável (21 dias, 28, 30, “1º. dia de cada mês”, etc.). Na Figura 2, representa-se gràficamente como *z* depende da dimensão da encomenda, *n* (não de *T*), para se vigiar o aumento de *z* perante valores não-óptimos de *n*.

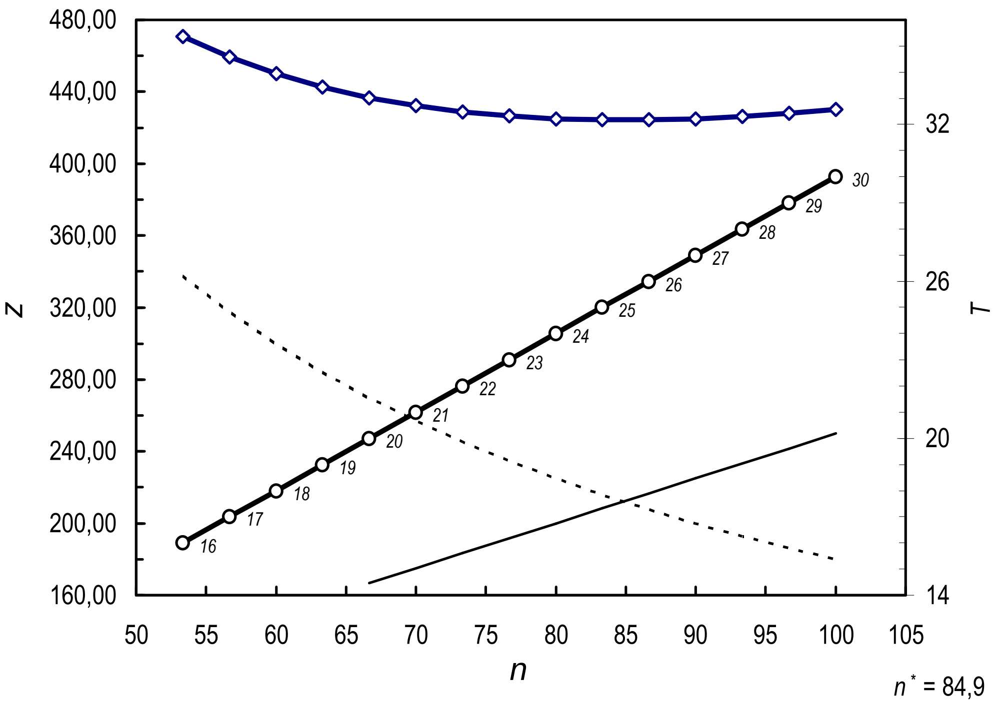


Figura 2

(2.3 … 2.8)

2.9 Quarto caso: procura aleatória com custos de armazenagem e de penúria

Suponhamos que a procura, para um certo intervalo de tempo *T*, é aleatória, sendo $p(r)$ a probabilidade duma procura total *r* no intervalo *T*. As procuras são descontínuas, mas pràticamente pode-se admitir que a sua taxa de variação é constante. As peças conservam o seu valor no intervalo *T* mas o custo da sua armazenagem por unidade de tempo, junto ao juro do capital que elas representam, tem por valor c_s (custo por unidade de tempo). Admite-se que a penúria duma peça acarreta uma perda c_p por unidade de tempo. Vejamos o seguinte exemplo.

Uma fábrica produz gruas e possui vários depósitos em diversos pontos do país. Certas peças soltas são muito caras, mas é preciso pô-las à disposição dos clientes nos depósitos, pois as gruas não devem ficar indisponíveis demasiado tempo em caso de avaria. Vamos considerar uma destas peças e determinar qual o stock a colocar num dos depósitos de modo a minimizar a despesa constituída pelo custo de armazenagem (incluindo o lucro das quantias investidas) e o custo da penúria (perda dum cliente, empréstimo doutra grua, etc.).

(1) *Stock médio* correspondente à situação *“a”*, de *não-ruptura*:

$$\bar{s}_a = \frac{1}{2}[s + (s - r)] = s - \frac{r}{2}$$

(2) *Stock médio* correspondente à situação *“b”*, de *ruptura*:

$$\bar{s}_b = \frac{1}{2}(s + 0)\frac{s}{r} = \frac{s^2}{2r}$$

(Refere-se a uma fracção $\frac{s}{r}$ do período em consideração.)

(3) *Penúria média* correspondente à situação *“b”*, de ruptura:

$$\bar{p}_b = \frac{1}{2}[0 + (r - s)]\left(1 - \frac{s}{r}\right) = \frac{(r - s)^2}{2r}$$

(Refere-se à fracção restante do período.)

A esperança matemática do custo total do stock será:

$$z(s) = c_{\mathrm{s}} \sum_{r=0}^{s} \left(s - \frac{r}{2}\right) p(r) +$$
$$+ c_{\mathrm{s}} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{s^2}{2r} p(r) + c_{\mathrm{p}} \sum_{r=s+1}^{\infty} \frac{(r - s)^2}{2r} p(r)$$

Demonstra-se que o mínimo de $z(s)$ ocorre para um valor s_0, tal que

$$L(s_0 - 1) < \rho < L(s_0)$$

sendo

$$\rho = \frac{c_{\mathrm{p}}}{c_{\mathrm{s}} + c_{\mathrm{p}}} = \frac{1}{1 + \frac{c_{\mathrm{s}}}{c_{\mathrm{p}}}}$$

e

$$L(s_0) = p(r \le s_0) + \left(s_0 + \frac{1}{2}\right) \sum_{r=s_0+1}^{\infty} \frac{p(r)}{r}$$

[Note-se, ainda, que $\rho = L(s_0)$ implica que tanto s_0 como $s_0 + 1$ correspondem ao óptimo, enquanto que $\rho = L(s_0 - 1)$ implica que são s_0 ou $s_0 - 1$ óptimos.] No entanto, naturalmente, a determinação de s_0 pode ser feita directamente, por via numérica.

(2.10)

2.11 Resolução por cálculo numérico[3]

Sejam c_s = 100 c/mês (contos), $c_p = 20\, c_s$ = 2 000 c/mês e a seguinte a tabela da função de probabilidade $p(r)$ observada para o consumo mensal, r.[4]

r	0	1	2	3	4	5	≥ 6
$p(r)$	0,1	0,2	0,2	0,3	0,1	0,1	0

Os cálculos para s = 0, 1, 2, …, procurando um valor mínimo de $z(s)$, dão (na unidade monetária *conto*):

$$z_0 = c_p \sum_{r=1}^{\infty} \frac{r}{2}\, p(r) =$$

$$= 2000 \times \frac{1}{2} (1 \times 0{,}2 + 2 \times 0{,}2 + 3 \times 0{,}3 + 4 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}1) = 2400$$

$$z_1 = c_s \sum_{r=0}^{1} \left(1 - \frac{r}{2}\right) p(r) + c_s \sum_{r=2}^{\infty} \frac{p(r)}{2r} + c_p \sum_{r=2}^{\infty} \frac{(r-1)^2}{2r}\, p(r) =$$

$$\begin{aligned} &= 100(1 \times 0{,}1 + 0{,}5 \times 0{,}2) + \\ &\quad +100(0{,}25 \times 0{,}2 + 0{,}167 \times 0{,}3 + 0{,}125 \times 0{,}1 + 0{,}1 \times 0{,}1) + \\ &\quad +2000(0{,}25 \times 0{,}2 + 0{,}667 \times 0{,}3 + 1{,}125 \times 0{,}1 + 1{,}6 \times 0{,}1) = 1077{,}25 \end{aligned}$$

Como $z_1 < z_0$ (o custo está decrescendo), temos de continuar cálculos (e assim fazer até que comece a crescer), para detectar o óptimo, ou seja, o *mínimo*.

$$z_2 = c_s \sum_{r=0}^{2} \left(\boldsymbol{2} - \frac{r}{2}\right) p(r) + c_s \sum_{r=3}^{\infty} \frac{2^2\, p(r)}{2r} + c_p \sum_{r=3}^{\infty} \frac{(r-2)^2}{2r}\, p(r) =$$

$$\begin{aligned} &= 100(2 \times 0{,}1 + 1{,}5 \times 0{,}2 + 1 \times 0{,}2) + \\ &\quad +100(0{,}667 \times 0{,}3 + 0{,}5 \times 0{,}1 + 0{,}4 \times 0{,}1) + \\ &\quad +2000(0{,}167 \times 0{,}3 + 0{,}5 \times 0{,}1 + 0{,}9 \times 0{,}1) = 479 \end{aligned}$$

$$z_3 = c_s \sum_{r=0}^{3} \left(3 - \frac{r}{2}\right) p(r) + c_s \sum_{r=4}^{\infty} \frac{3^2\, p(r)}{2r} + c_p \sum_{r=4}^{\infty} \frac{(r-3)^2}{2r}\, p(r) =$$

$$\begin{aligned} &= 100(3 \times 0{,}1 + 2{,}5 \times 0{,}2 + 2 \times 0{,}2 + 1{,}5 \times 0{,}3) + \\ &\quad +100(1{,}125 \times 0{,}1 + 0{,}9 \times 0{,}1) + 2000(0{,}125 \times 0{,}1 + 0{,}4 \times 0{,}1) = 290 \end{aligned}$$

$$z_4 = c_s \sum_{r=0}^{4} \left(4 - \frac{r}{2}\right) p(r) + c_s \sum_{r=5}^{\infty} \frac{4^2\, p(r)}{2r} + c_p \sum_{r=5}^{\infty} \frac{(r-4)^2}{2r}\, p(r) =$$

3 Kaufmann, *op. cit.*, p 185.

4 Probabilidades: errado (0,90, 0,05, 0,02, 0,01, 0,01, 0,01: da p 179) na edição anterior.

$$= 100(4\times 0{,}1 + 3{,}5\times 0{,}2 + 3\times 0{,}2 + 2{,}5\times 0{,}3 + 2\times 0{,}1) +$$
$$+100(1{,}6\times 0{,}1) + 2000(0{,}1\times 0{,}1) = 301$$

Verifica-se agora ser, simultâneamente,

$$z_3 < z_2 \qquad\qquad z_3 < z_4$$

ou seja, $z_2 > \mathbf{z_3} < z_4$, pelo que está encontrado o mínimo: $s^* = 3$ e $z^* = 290$ contos. (A função é unimodal.) Veja-se a Figura 3.

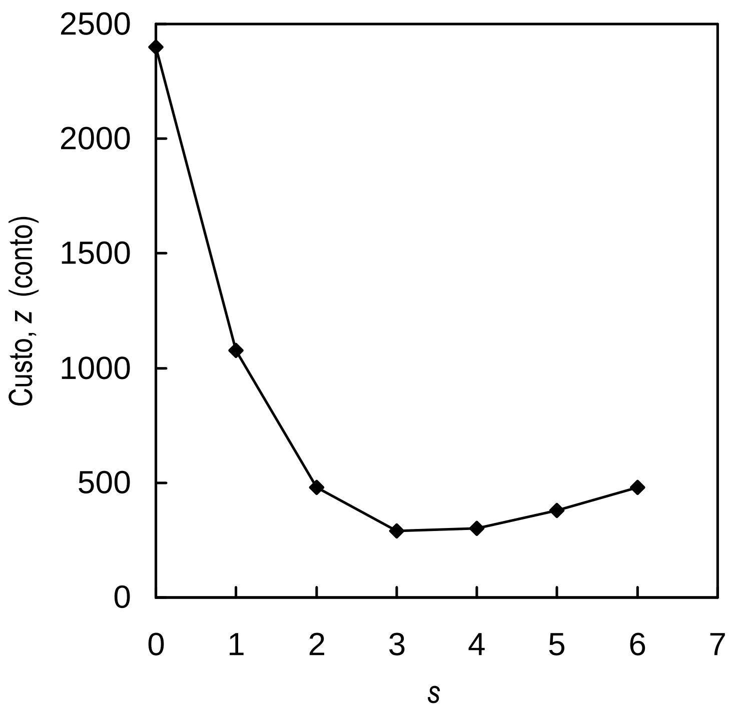


Figura 3

2.12 Quinto caso: procura conhecida com custo de armazenagem proporcional ao preço de venda ou de compra

Veremos agora uma situação semelhante à do 1º. caso, mas fazendo intervir desta vez o preço de venda ou de compra das peças, sendo o custo de armazenagem proporcional ao preço de venda duma encomenda. Façamos:

N –número de peças para o intervalo θ
n –número de peças numa encomenda para o período T
C –preço de compra ou de venda duma peça (excluindo o custo fixo duma encomenda), \$
c_e –custo fixo duma encomenda, \$
α –coeficiente de proporcionalidade entre o custo de armazenagem por peça e por unidade de tempo e o valor $C + c_e/n$, ($[\alpha] = \mathrm{T}^{-1}$)
r –número de encomendas no intervalo θ

O custo global é, então,

$$z(n)=\left[nC+c_{\mathrm{e}}+\frac{1}{2}\alpha T\left(nC+c_{\mathrm{e}}\right)\right]r=\left(nC+c_{\mathrm{e}}+\frac{1}{2}\alpha TnC+\frac{1}{2}\alpha Tc_{\mathrm{e}}\right)r$$

Mas $T = \theta n / N$ e $r = N / n$, logo,

$$\begin{aligned} z(n) &= nCr+c_{\mathrm{e}}r+\frac{1}{2}\alpha TnCr+\frac{1}{2}\alpha Tc_{\mathrm{e}}r= \\ &= NC+c_{\mathrm{e}}\frac{N}{n}+\frac{\alpha\theta C}{2}n+\frac{1}{2}\alpha\theta c_{\mathrm{e}} \end{aligned}$$

Só duas parcelas dependem de n. Derivando (como se n não fosse inteiro), será

$$z'=\frac{\alpha\theta C}{2}-\frac{c_{\mathrm{e}}N}{n^2}=0$$

donde

$$n^*=\sqrt{\frac{2N}{\alpha\theta}\frac{c_{\mathrm{e}}}{C}}$$

$$T^*=\frac{\theta}{N}n^*=\sqrt{\frac{2\theta}{\alpha N}\frac{c_{\mathrm{e}}}{C}}$$

$$\begin{aligned} z^* &= NC+\frac{1}{2}\alpha\theta c_{\mathrm{e}}+c_{\mathrm{e}}\frac{N}{\sqrt{\dfrac{2Nc_{\mathrm{e}}}{\alpha\theta C}}}+\frac{\alpha\theta C}{2}\sqrt{\frac{2Nc_{\mathrm{e}}}{\alpha\theta C}}= \\ &= NC+\frac{1}{2}\alpha\theta c_{\mathrm{e}}+\sqrt{\frac{N\alpha\theta Cc_{\mathrm{e}}}{2}}+\sqrt{\frac{N\alpha\theta Cc_{\mathrm{e}}}{2}} \end{aligned}$$

ou seja

$$z^*=NC+\frac{1}{2}\alpha\theta c_{\mathrm{e}}+\sqrt{2N\alpha\theta Cc_{\mathrm{e}}}$$

(Aplicar-se-ão as considerações já feitas, caso n^* e T^* não sejam inteiros.)

2.13 Exemplo numérico

Sejam $C = 1000$ \$, $c_{\mathrm{e}} = 50000$ \$, $N = 75\,000$, referente a um *ano*, i. é, $\theta = 360$ dia e $\alpha \approx 10$ % / ano ou 0,3E–3 / dia. Vem:

$$n^*=\sqrt{\frac{2\times 75\mathrm{E}3}{(0{,}3\mathrm{E}-3)\times 360}\frac{50\mathrm{E}3}{1\mathrm{E}3}}=8333{,}(3)\ \text{peça}$$

$$T^*=\sqrt{\frac{2\times 360}{(0{,}3\mathrm{E}-3)75000}\frac{50\mathrm{E}3}{1\mathrm{E}3}}=40\ \text{dia}$$

$$z^{*} = 75000 \times 1\text{E}3 + \frac{1}{2}(0{,}3\text{E}-3)360 \times 50\text{E}3 +$$
$$+\sqrt{2 \times 75000 \times (0{,}3\text{E}-3)360 \times 50\text{E}3 \times 1\text{E}3} =$$
$$= 75\text{E}6 + 0{,}0027\text{E}6 + 0{,}9\text{E}6 = 75902{,}7\ \text{c}$$

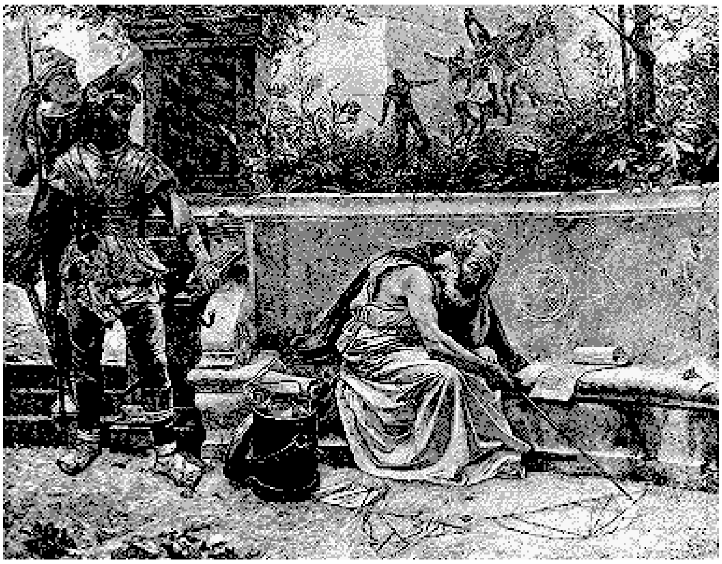
■

heu·ris·tic

—adj. 1. Of or relating to a usually speculative formulation serving as a guide in the investigation or solution of a problem: "the historian discovers the past by the judicious use of such a heuristic device as the "ideal type " (Karl J. Weintraub). 2. Of, relating to, or constituting an educational method in which learning takes place through discoveries that result from investigations made by the student. 3. COMPUTER SCIENCE Relating to or using a problem-solving technique in which the most appropriate solution of several found by alternative methods is selected at successive stages of a program for use in the next step of the program.

—n. A heuristic method or process. [< Gk. heuriskein, to find.] heu·ris´ti·cal·ly adv.

Archimedes



Archimedes (är'k□-më´dëz) (ärkímë´dëz), c.287 BC–212 BC, Greek mathematician, physicist, and inventor. His reputation in antiquity was based on several mechanical contrivances, e.g., ARCHIMEDES' SCREW; which he is alleged to have invented. One legend states that during the Second PUNIC WAR he protected his native Syracuse from the besieging armies of Marcus Claudius MARCELLUS for three years by inventing machines of war, e.g., various ballistic instruments and mirrors that set Roman ships on fire by focusing the sun's rays on them. In modern times, however, he is best known for his work in mathematics, mechanics, and hydrostatics. In mathematics, he calculated that the value of PI is between 3 10/71 and 3 1/7; devised a mathematical exponential system to express extremely large numbers; proved that the volume of a sphere is two thirds the volume of a circumscribed cylinder; and, in calculating the areas and volumes of various geometrical figures, carried the method of exhaustion invented by EUDOXUS OF CNIDUS far enough in some cases to anticipate the invention (17th cent.) of the CALCULUS. One of the first to apply geometry to mechanics and hydrostatics, he proved the law of the lever entirely by geometry and established ARCHIMEDES' PRINCIPLE. In another legendary story, the ruler Hiero II requested him to find a method for determining whether a crown was pure gold or alloyed with silver. Archimedes realized, as he stepped into a bath, that a given weight of gold would displace less water than an equal weight of silver (which is less dense than gold); and he is said, in his excitement at his discovery, to have run home naked, shouting "Eureka! Eureka!" ("I have found it! I have found it!"). He was killed by a Roman soldier, supposedly while absorbed in mathematics.