

Segunda Lei da Termodinâmica (Capítulo 5)

Lista de Problemas (Resolução Completa)

1. [Problema 5.3 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Demonstre a equivalência entre os enunciados de Clausius e Kelvin-Planck da segunda lei da termodinâmica mostrando que a violação do enunciado de Kelvin-Planck implica necessariamente a violação do enunciado de Clausius.

Resolução:

Devido à larga abrangência da segunda lei da termodinâmica não existe um enunciado único para descrever a sua formulação. Contudo, os enunciados existentes são alternativos e equivalentes entre si. Num contexto introdutório à segunda lei da termodinâmica, as descrições mais convenientes são as consideradas pelos enunciados de Clausius e Kelvin-Planck, os quais são apresentados de seguida.

Enunciado de Clausius: não é possível que o único resultado (resultado líquido) de um sistema seja o transporte de energia térmica (calor) de um corpo frio para um corpo quente.

Este enunciado suporta o que a nossa intuição sugere: a transferência de calor espontânea ocorre no sentido da diminuição da temperatura. Este enunciado não implica que o transporte de calor não se possa verificar de uma fonte fria para uma fonte quente, uma vez que é isto o que se verifica, por exemplo, num equipamento frigorífico. O que o enunciado transmite é que este transporte de calor (de uma fonte fria para uma fonte quente) apenas é possível se for adicionada energia do exterior sob a forma de trabalho ao sistema. (Caso contrário, não precisaríamos de ligar nenhum frigorífico à electricidade e o coeficiente de desempenho de ciclos térmicos seria infinito.)

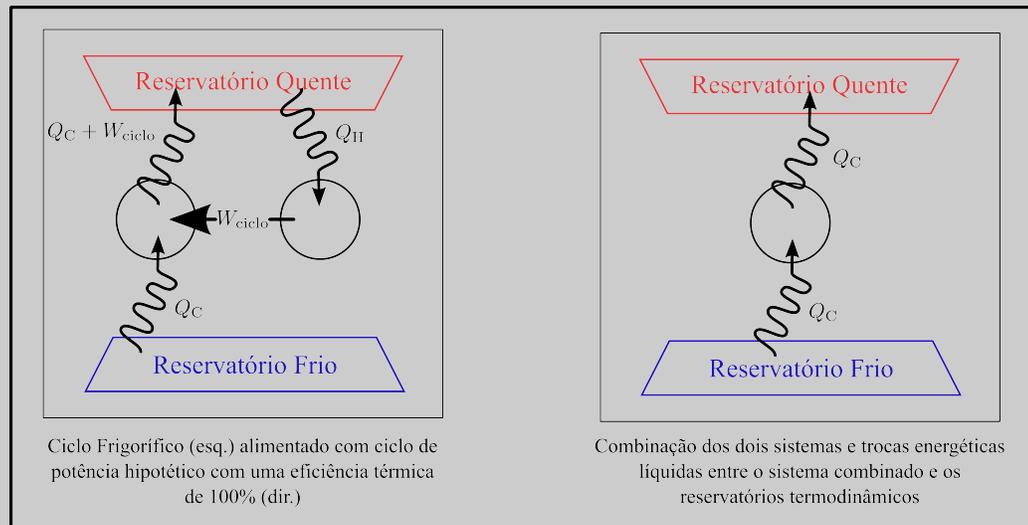
Enunciado de Kelvin-Planck: não é possível que um sistema execute um ciclo termodinâmico e forneça trabalho (líquido) ao exterior tendo apenas contacto térmico com um reservatório termodinâmico.

Este enunciado suporta a impossibilidade de operação de ciclos de potência com 100 % de eficiência térmica uma vez que parte do calor recebido do reservatório quente tem necessariamente de ser libertado para o reservatório frio para que o ciclo seja possível.

Os enunciados de Clausius e Kelvin-Planck da segunda lei da termodinâmica são equivalentes nas suas consequências, e uma violação de num enunciado implica necessariamente uma violação do outro. De seguida é demonstrado como a violação do enunciado de Kelvin-Planck implica necessariamente a violação do enunciado de Clausius.

Considere dois ciclos termodinâmicos a operar entre os mesmos reservatórios. Um dos ciclos absorve calor do reservatório frio (Q_C) e liberta calor para o reservatório quente (Q_H) considerando a absorção de energia sob a forma de trabalho (W) – ciclo térmico, ou seja ciclo frigorífico ou de bomba de calor. Considere que o segundo ciclo fornece o trabalho (W) necessário para o primeiro ciclo com uma eficiência térmica de 100 %, ou seja, o trabalho fornecido ao primeiro ciclo é exactamente igual à energia térmica (calor) absorvida do reservatório quente ($W_{\text{ciclo}} = Q_H$) – não existindo nenhuma libertação de calor para o reservatório frio. A existência de um ciclo com

as características do segundo ciclo considerado é negado pelo o enunciado de Kelvin-Planck. A combinação dos dois sistemas torna-se equivalente a um sistema único cujo único efeito corresponde ao transporte de energia térmica do reservatório frio para o reservatório quente (Q_C) o que corresponde a uma violação do enunciado de Clausius. Assim, fica demonstrado que uma violação do enunciado de Kelvin-Planck implica necessariamente uma violação do enunciado de Clausius.



2. [Problema 5.15 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] O que sugeria para aumentar a eficiência térmica de um ciclo de potência reversível executado entre reservatórios termodinâmicos às temperaturas T_H e T_C : (1) aumentar T_H mantendo T_C constante; ou (2) diminuir T_C mantendo T_H constante? Que limites naturais existem no aumento da eficiência térmica através destes procedimentos?

Resolução:

A eficiência térmica de um ciclo (de potência) reversível a operar entre os reservatórios termodinâmicos quente e frio (às temperaturas T_H e T_C , respectivamente) corresponde à eficiência máxima que um ciclo de potência (possível) entre os mesmos reservatórios termodinâmicos pode atingir – primeiro Corolário de Carnot. A eficiência térmica de um ciclo reversível – eficiência de Carnot (η_{\max}) – é calculada com base na equação seguinte (Equações (1)).

$$\eta_{\max} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (1)$$

De acordo com a Equação (1), ambas as opções sugeridas no enunciado permitem aumentar a eficiência térmica de Carnot – e a eficiência térmica de uma ciclo de potência actual (irreversível) já que a Equação (1) pode ser considerada em termos qualitativos para este tipo (não-ideal) de ciclos. Contudo, diminuir a temperatura do reservatório frio abaixo da temperatura ambiente para aumentar a eficiência térmica do ciclo não é prático (adequado) por implicar a necessidade de um ciclo frigorífico (e o conseqüente consumo de trabalho) para diminuir a temperatura abaixo da temperatura ambiente. Assim, aumentar a temperatura da fonte quente (temperatura à qual a transferência de energia para o ciclo se verifica) corresponde à forma mais prática para aumentar a eficiência térmica de um ciclo actual ou ideal (reversível). Contudo, existem limites de temperatura que não podem ser ultrapassados de forma a garantir a estabilidade estrutural e a funcionalidade adequada dos equipamentos envolvidos.

3. [Problema 5.18 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Os valores que se apresentam de seguida foram associados a diferentes ciclos de potência a operar entre dois reservatórios termodinâmicos com as temperaturas de 527°C e 27°C. Para cada caso, determine se algum princípio termodinâmico é violado:

(a) $Q_H = 700 \text{ kJ}$, $W_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ}$ e $Q_C = 300 \text{ kJ}$;

Resolução:

Os princípios termodinâmicos em questão que precisam ser aplicados para cada caso são:

1. Primeira lei da termodinâmica – princípio da conservação da energia aplicado a ciclos termodinâmicos (Equação (2)).

$$\Delta E_{\text{ciclo}} = 0 \Leftrightarrow W_{\text{ciclo}} = Q_{\text{ciclo}} \quad (2)$$

Para ciclos de potência a Equação (2) corresponde à Equação (3), onde Q_H e Q_C correspondem aos valores da energia térmica trocada com os reservatórios termodinâmicos quente e frio, respectivamente.

$$\boxed{W_{\text{ciclo}} = Q_H - Q_C} \quad (3)$$

2. Segunda lei da termodinâmica – permite estabelecer um valor máximo para o desempenho de um ciclo termodinâmico. Para o caso particular de um ciclo de potência, o desempenho é avaliado através do cálculo da eficiência térmica (η). Para os mesmos 2 reservatórios termodinâmicos, o valor máximo para a eficiência térmica é observado para um ciclo de potência reversível (ciclo ideal) – primeiro corolário de Carnot – e o respectivo valor é designado de eficiência de Carnot (η_{max}). A eficiência de Carnot é calculada através da Equação (1), onde T_C e T_H correspondem às temperaturas dos reservatórios frio e quente.

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} \quad (4)$$

Para que qualquer ciclo de potência respeite a segunda lei da termodinâmica é necessário que a respectiva eficiência térmica seja inferior ou igual à eficiência de Carnot (Corolários de Carnot) – Equação (5). Um ciclo de potência irreversível (reversível) apresenta uma eficiência térmica inferior (igual) à eficiência de Carnot.

$$\boxed{\eta \leq \eta_{\text{max}}} \quad (5)$$

Considerando as temperaturas dos reservatórios termodinâmicos fornecidas no enunciado, a eficiência de Carnot é calculada através da Equação (4), como se segue.

$$\eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_C}{T_H} = 1 - \frac{27 + 273}{527 + 273} \Leftrightarrow \eta_{\text{max}} = 62,5\% \quad (6)$$

Note que os valores das temperaturas T_H e T_H na Equação (6) têm necessariamente de ser fornecidos numa escala absoluta de temperatura – escala de Kelvin ou Rankine.

Considerando os dados da presente alínea (Q_H , W_{ciclo} e Q_C) verifique-se se a Equação (3) (primeira lei) e Equação (5) (segunda lei) são respeitadas.

$$W_{\text{ciclo}} = Q_H - Q_C = 700 - 400 \Leftrightarrow W_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ} \Rightarrow \boxed{\text{Primeira Lei Respeitada!}} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \eta \leq \eta_{\text{max}} &\Leftrightarrow 1 - \frac{Q_C}{Q_H} \leq \eta_{\text{max}} \Leftrightarrow 1 - \frac{300}{700} \leq 0,625 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0,571 \leq 0,625 \Rightarrow \boxed{\text{Segunda Lei Respeitada!}} \end{aligned} \quad (8)$$

Os dados fornecidos no enunciado respeitam a primeira e segunda leis da termodinâmica.

(b) $Q_H = 640 \text{ kJ}$, $W_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ}$ e $Q_C = 240 \text{ kJ}$; e

Resolução:

Considerando os dados da presente alínea (Q_H , W_{ciclo} e Q_C) verifique-se se a Equação (3) (primeira lei) e Equação (5) (segunda lei) são respeitadas.

$$W_{\text{ciclo}} = Q_H - Q_C = 640 - 240 \Leftrightarrow W_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ} \Rightarrow \boxed{\text{Primeira Lei Respeitada!}} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \eta \leq \eta_{\text{max}} &\Leftrightarrow 1 - \frac{Q_C}{Q_H} \leq \eta_{\text{max}} \Leftrightarrow 1 - \frac{240}{640} \leq 0,625 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 0,625 \leq 0,625 \Rightarrow \boxed{\text{Segunda Lei Respeitada!}} \end{aligned} \quad (10)$$

Os dados fornecidos no enunciado respeitam a primeira e segunda leis da termodinâmica.

Os dados desta alínea correspondem a um ciclo de potência reversível pois a correspondente eficiência térmica é igual à eficiência de Carnot.

(c) $Q_H = 640 \text{ kJ}$, $W_{\text{ciclo}} = 400 \text{ kJ}$ e $Q_C = 200 \text{ kJ}$.

Resolução:

Considerando os dados da presente alínea (Q_H , W_{ciclo} e Q_C) verifique-se se a Equação (3) (primeira lei) e Equação (5) (segunda lei) são respeitadas.

$$W_{\text{ciclo}} = Q_H - Q_C = 640 - 200 \Leftrightarrow W_{\text{ciclo}} = 440 \text{ kJ} \Rightarrow \boxed{\text{Primeira Lei Nao Respeitada!}} \quad (11)$$

Os dados fornecidos no enunciado não respeitam a primeira lei da termodinâmica, uma vez que o valor líquido do trabalho realizado pelo ciclo, W_{ciclo} , calculado com base em Q_H e Q_C (= 440 kJ) não corresponde ao valor fornecido (= 400 kJ).

4. [Problema 5.19 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Um ciclo frigorífico executado entre dois reservatórios termodinâmicos recebe energia do reservatório frio (Q_C) à temperatura 280 K (T_C) e liberta energia para o reservatório quente (Q_H) à temperatura 320 K (T_H). Para cada uma das alíneas seguintes determine se o ciclo é reversível, irreversível ou impossível:

(a) $Q_C = 1500$ kJ e $W_{\text{ciclo}} = 150$ kJ;

Resolução:

De acordo com a segunda lei da termodinâmica, o valor máximo para o coeficiente de desempenho de um ciclo frigorífico executado entre dois reservatórios termodinâmicos é atingido se o ciclo for reversível (executado de forma perfeita, ideal, sem irreversibilidades internas). Este valor máximo é calculado pela Equação (14).

$$\beta_{\text{max}} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \quad (12)$$

Para o caso particular deste problema, o valor máximo do coeficiente de desempenho é obtido considerando a Equação (14) juntamente com as temperaturas dos reservatórios termodinâmicos referidas no enunciado.

$$\beta_{\text{max}} = \frac{280}{320 - 280} \Leftrightarrow \beta_{\text{max}} = 7 \quad (13)$$

Um ciclo frigorífico irreversível apresenta um coeficiente de desempenho sempre inferior ao observado para um ciclo frigorífico reversível quando ambos os ciclos são executados entre os mesmos dois reservatórios termodinâmicos – primeiro corolário referente a ciclos frigoríficos.

Assim, um ciclo frigorífico é irreversível, reversível ou impossível se o respectivo coeficiente de desempenho (β) for inferior, igual ou superior ao coeficiente de desempenho máximo permitido pela segunda lei (β_{max}).

$$\beta = \frac{Q_C}{W_{\text{ciclo}}} = \frac{1500}{150} \Leftrightarrow \beta = 10 (> \beta_{\text{max}}) \Rightarrow \boxed{\text{Ciclo Impossível}} \quad (14)$$

(b) $Q_C = 1400$ kJ e $Q_H = 1600$ kJ;

Resolução:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{Q_C}{W_{\text{ciclo}}} = \frac{Q_C}{\underbrace{Q_H - Q_C}_{=W_{\text{ciclo}} \Rightarrow \text{Primeira lei}}} = \frac{1400}{1600 - 1400} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \beta = 7 (= \beta_{\text{max}}) \Rightarrow \boxed{\text{Ciclo Reversível}} \end{aligned} \quad (15)$$

(c) $Q_H = 1600$ kJ e $W_{\text{ciclo}} = 400$ kJ; e

Resolução:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{Q_C}{W_{\text{ciclo}}} = \frac{\overbrace{Q_H - W_{\text{ciclo}}}^{=Q_C \Rightarrow \text{Primeira lei}}}{W_{\text{ciclo}}} = \frac{1600 - 400}{400} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \beta = 3 (< \beta_{\text{max}}) \Rightarrow \boxed{\text{Ciclo Irreversível}} \end{aligned} \quad (16)$$

(d) $\beta = 5$.

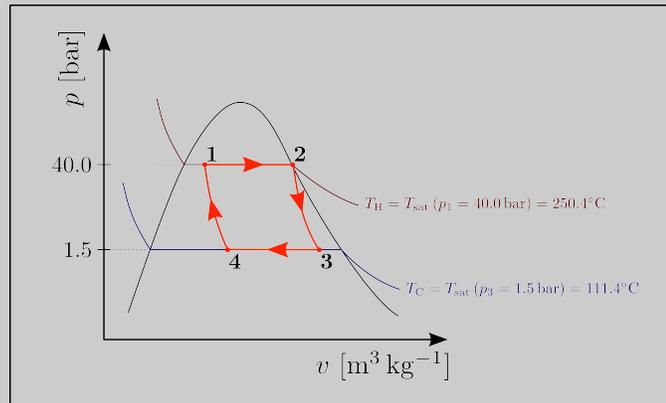
Resolução:

$$\beta = 5 (< \beta_{\max}) \Rightarrow \boxed{\text{Ciclo Irreversível}} \quad (17)$$

5. [Problema 5.46 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] 2 kg de água executam um ciclo de potência de Carnot. Durante a expansão isotérmica a água é aquecida até ao estado de vapor saturado a partir de um estado inicial cuja pressão e título de vapor da mistura correspondem a 40 bar e 15 %, respectivamente. De seguida, o vapor expande adiabaticamente até à pressão de 1,5 bar produzindo trabalho neste processo igual a 491,5 kJ kg⁻¹.

- (a) Desenho o diagrama $p - v$ correspondente ao ciclo.

Resolução:



- (b) Calcule o calor e o trabalho associado a cada processo.

Resolução:

Processo: 1-2 (Expansão Isotérmica)

O trabalho realizado pelo sistema neste processo é obtido pela integração da pressão (p) no volume to sistema (V) durante o processo – Equação (18).

$$W_{1-2} = \int_1^2 p dV \Leftrightarrow W_{1-2} = \int_1^2 p m dv \Leftrightarrow W_{1-2} = p m (v_2 - v_1) \quad (18)$$

Os volumes específicos da água nos Estado 1 e 2 – v_1 e v_2 , respectivamente – são calculados pelas Equações (19) e (20), respectivamente, tendo em conta que a pressão durante o Processo 1-2 é constante e igual a 40 bar ($= p_1 = p_2$).

$$\begin{aligned} v_1 &= v_{f,1} + x_1 (v_{g,1} - v_{f,1}) \Leftrightarrow v_1 = v_f(p_1) + x_1 [v_g(p_1) - v_f(p_1)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow v_1 = 1,2522 \times 10^{-3} + 0,15 \times (0,04978 - 1,2522 \times 10^{-3}) \Leftrightarrow \end{aligned} \quad (19)$$

$$\Leftrightarrow v_1 \approx 8,531 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$v_2 = v_g(p_2) = 0,04978 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \quad (20)$$

Substituindo dos valores calculados nas Equações (19) e (20) na Equação (18), determina-se o trabalho realizado pelo sistema no Processo 1-2.

$$W_{1-2} = p m (v_2 - v_1) = 40 \times 10^5 \times 2 \times (0,04978 - 8,531 \times 10^{-3}) \Leftrightarrow \boxed{W_{1-2} \approx 330,0 \text{ kJ}} \quad (21)$$

O calor (energia térmica) absorvido pela água neste processo (Q_{1-2}) pode ser calculado através de um balanço de energia – Equação (22).

$$\begin{aligned}
\Delta U_{1-2} &= Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow U_2 - U_1 = Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow m(u_2 - u_1) &= Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow Q_{1-2} = m[(u_2 - u_1) + p(v_2 - v_1)] \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow Q_{1-2} = m[(u_2 + pv_2) - (u_1 + pv_1)] \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow Q_{1-2} = m(h_2 - h_1)
\end{aligned} \tag{22}$$

A entalpia específica nos Estados 1 e 2 calcula-se de forma semelhante ao procedimento anterior para o cálculo do volume específico nos mesmos estados – Equações (19) e (20) – tal como se segue.

$$\begin{aligned}
h_1 &= h_{f,1} + x_1(h_{g,1} - h_{f,1}) \Leftrightarrow h_1 = h_f(p_1) + x_1[h_g(p_1) - h_f(p_1)] \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow h_1 = 1087,3 + 0,15 \times (2801,4 - 1087,3) \Leftrightarrow \\
&\Leftrightarrow h_1 \approx 1344,415 \text{ kJ kg}^{-1}
\end{aligned} \tag{23}$$

$$h_2 = h_g(p_2) = 2801,4 \text{ kJ kg}^{-1} \tag{24}$$

Substituindo-se os valores das entalpias específicas nos Estados 1 e 2 (determinados nas Equações (23) e (24)) na Equação (22) determina-se a energia térmica transferida para a água no Processo 1-2 (Q_{1-2}).

$$Q_{1-2} = m(h_2 - h_1) = 2 \times (2801,4 - 1344,415) \Leftrightarrow \boxed{Q_{1-2} \approx 2914,0 \text{ kJ}} \tag{25}$$

Processo: 2-3 (Expansão Adiabática)

O enunciado fornece o valor do trabalho realizado pelo sistema durante o processo de expansão adiabática por unidade de massa do sistema – W_{2-3}/m . Com base neste valor, W_{2-3} é calculado de seguida.

$$W_{2-3} = m \left(\frac{W_{2-3}}{m} \right) = 2 \times 491,5 \Leftrightarrow \boxed{W_{2-3} = 983,0 \text{ kJ}} \tag{26}$$

Como este processo é adiabático, o sistema não troca energia sob a forma de calor (energia térmica) com o exterior e consequentemente:

$$\boxed{Q_{2-3} = 0 \text{ kJ}} \tag{27}$$

Processo: 3-4 (Compressão Isotérmica)

À semelhança das Equações (18) e (22) consideradas no processo de expansão isotérmica (Processo 1-2) para o cálculo do trabalho e calor, respectivamente, no processo de compressão isotérmica (Processo 3-4) as Equações (28) e (29) são consideradas.

$$W_{3-4} = pm(v_4 - v_3) \tag{28}$$

$$Q_{3-4} = m(h_4 - h_3) \tag{29}$$

No Estado 3 apenas se conhece o valor da pressão ($p_3 = 1,5 \text{ bar}$) e a correspondente temperatura ($= T_3 = T_{\text{sat}}(p_3)$). Contudo, aplicando um balanço de energia ao Processo

2-3 pode-se determinar o título de vapor da mistura bifásica do Estado 3 (x_3) – Equações (30) e (31) –, e conseqüentemente, o volume específico (v_3) e entalpia específica (h_3) no Estado 3 – Equações (32) e (33), respectivamente.

$$\begin{aligned} \Delta U_{2-3} = Q_{2-3} - W_{2-3} &\Leftrightarrow m(u_3 - u_2) = \dot{Q}_{2-3} - W_{2-3} \Leftrightarrow u_3 = -\frac{W_{2-3}}{m} + u_2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow u_3 = -\frac{W_{2-3}}{m} + u_g(p_2) \Leftrightarrow u_3 = -\frac{983,0}{2} + 2602,3 \Leftrightarrow u_3 = 2110,8 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} u_3 = u_{f,3} + x_3(u_{g,3} - u_{f,3}) &\Leftrightarrow x_3 = \frac{u_3 - u_{f,3}}{u_{g,3} - u_{f,3}} \Leftrightarrow x_3 = \frac{u_3 - u_f(p_3)}{u_g(p_3) - u_f(p_3)} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x_3 = \frac{2110,8 - 466,94}{2519,7 - 466,94} \Leftrightarrow x_3 \approx 0,801 \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} v_3 = v_{f,3} + x_3(v_{g,3} - v_{f,3}) &\Leftrightarrow v_3 = v_f(p_3) + x_3(v_g(p_3) - v_f(p_3)) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow v_3 = 1,0528 \times 10^{-3} + 0,801 \times (1,159 - 1,0528 \times 10^{-3}) \Leftrightarrow v_3 \approx 0,929 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} h_3 = h_{f,3} + x_3(h_{g,3} - h_{f,3}) &\Leftrightarrow h_3 = h_f(p_3) + x_3[h_g(p_3) - h_f(p_3)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow h_3 = 467,11 + 0,801 \times (2693,6 - 467,11) \Leftrightarrow h_3 \approx 2250,528 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (33)$$

Para a determinação de W_{3-4} e Q_{3-4} – através das Equações (28) e (29), respectivamente – é ainda necessário calcular v_4 e h_4 . A entalpia específica do Estado 4 (h_4) pode ser calculada através da igualdade da razão das transferências de calor entre o sistema e os reservatórios termodinâmicos (quente e frio) com a razão das temperaturas dos respectivos reservatórios termodinâmicos uma vez que o ciclo de potência em questão – ciclo de potência de Carnot – é reversível, tal como se segue.

$$\begin{aligned} \left(\frac{Q_C}{Q_H}\right)_{\text{ciclo rev.}} &= \frac{T_C}{T_H} \Rightarrow |Q_{3-4}| = Q_{1-2} \frac{T_C}{T_H} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow H_3 - H_4 = Q_{1-2} \frac{T_C}{T_H} \Leftrightarrow h_4 = h_3 - \left(\frac{Q_{1-2}}{m}\right) \left(\frac{T_C}{T_H}\right) \end{aligned} \quad (34)$$

As temperaturas dos reservatórios quente e frio correspondem às temperaturas de saturação às pressões $p_1 (= p_2)$ e $p_3 (= p_4)$, respectivamente, ou seja, $T_H = T_{\text{sat}}(p_1) = 250,4 + 273 = 523,4 \text{ K}$ e $T_C = T_{\text{sat}}(p_3) = 111,4 + 273 = 384,4 \text{ K}$. Substituindo os valores de T_H , T_C , Q_{1-2} (Equação (25)) e h_3 (Equação (32)) na Equação (34), tem-se:

$$\begin{aligned} h_4 = h_3 - \left(\frac{Q_{1-2}}{m}\right) \left(\frac{T_C}{T_H}\right) &= 2250,528 - \left(\frac{2914,0}{2}\right) \left(\frac{384,4}{523,4}\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow h_4 \approx 1180,465 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (35)$$

Finalmente, substituído-se o valores de h_3 (Equação (33)) e h_4 (Equação (35)) na Equação

(29), obtem-se o calor transferido do sistema para o reservatório frio (no condensador), ou seja:

$$Q_{3-4} = m (h_4 - h_3) = 2 \times (1180,465 - 2250,528) \Leftrightarrow \boxed{Q_{3-4} \approx -2140,1 \text{ kJ}} \quad (36)$$

Para se determinar o volume específico do Estado 4 (v_4) – necessário para o cálculo do trabalho realizado sobre o sistema no Processo 3–4 (Equação (28)) – é necessário determinar o título de vapor da mistura neste estado (x_4), o qual pode ser determinado como se segue.

$$\begin{aligned} h_4 = h_{f,4} + x_4 (h_{g,4} - h_{f,4}) &\Leftrightarrow x_4 = \frac{h_4 - h_{f,4}}{h_{g,4} - h_{f,4}} \Leftrightarrow x_4 = \frac{h_4 - h_f(p_4)}{h_g(p_4) - h_f(p_4)} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x_4 = \frac{1180,465 - 467,11}{2693,6 - 467,11} \Leftrightarrow x_4 \approx 0,320 \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} v_4 = v_{f,4} + x_4 (v_{g,4} - v_{f,4}) &\Leftrightarrow v_4 = v_f(p_4) + x_4 [v_g(p_4) - v_f(p_4)] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow v_4 = 1,0528 \times 10^{-3} + 0,32 \times (1,159 - 1,0528 \times 10^{-3}) &\Leftrightarrow v_4 \approx 0,372 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (38)$$

Finalmente, o trabalho fornecido ao sistema durante o processo de compressão isotérmica é calculado substituindo os valores dos volumes específicos do Estado 3 (calculado na Equação (32)) e do Estado 4 (calculado na Equação (38)) na Equação (28), tal como apresentado na Equação (39).

$$W_{3-4} = pm (v_4 - v_3) = 1,5 \times 10^5 \times 2 \times (0,372 - 0,929) \Leftrightarrow \boxed{W_{3-4} = -167,1 \text{ kJ}} \quad (39)$$

Processo: 4–1 (Compressão Adiabática)

Como o Processo 4–1 é adiabático não existem trocas de calor entre os sistema e o exterior, e assim:

$$\boxed{Q_{4-1} = 0 \text{ kJ}} \quad (40)$$

Através da aplicação de um balanço de energia determina-se o trabalho fornecido ao sistema durante este processo – Equação (41).

$$\Delta U_{4-1} = Q_{4-1} - W_{4-1} \Leftrightarrow m (u_1 - u_4) = \emptyset_{4-1} - W_{4-1} \Leftrightarrow W_{4-1} = m (u_4 - u_1) \quad (41)$$

As energias internas específicas dos Estados 4 e 1 são determinadas através das Equações (42) e (43), respectivamente.

$$\begin{aligned} u_4 = u_{f,4} + x_4 (u_{g,4} - u_{f,4}) &\Leftrightarrow u_4 = u_f(p_4) + x_4 [u_g(p_4) - u_f(p_4)] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow u_4 = 466,94 + 0,32 \times (2519,7 - 466,94) &\Leftrightarrow u_4 \approx 1123,823 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} u_1 = u_{f,1} + x_1 (u_{g,1} - u_{f,1}) &\Leftrightarrow u_1 = u_f(p_1) + x_1 [u_g(p_1) - u_f(p_1)] \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow u_1 = 1082,3 + 0,15 \times (2602,3 - 1082,3) &\Leftrightarrow u_1 = 1310,3 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (43)$$

Finalmente, substituindo os valores de u_4 e u_1 , obtidos nas equações anteriores na Equação (41) obtém-se W_{4-1} , tal como se segue.

$$W_{4-1} = m(u_4 - u_1) = 2 \times (1123,823 - 1310,3) \Leftrightarrow \boxed{W_{4-1} \approx -373,0 \text{ kJ}} \quad (44)$$

A tabela seguinte resume as interacções energéticas do sistema com o exterior (calor e trabalho) nos quatro processos que compõem o ciclo em análise.

Processo	Q [kJ]	W [kJ]
1-2	2914,0	330,0
2-3	0	983,0
3-4	-2140,1	-167,1
4-1	0	-373,0

(c) Determine a eficiência térmica do ciclo.

Resolução:

A eficiência térmica de um ciclo (de potência), η , é calculada através da Equação (45).

$$\eta = \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{in}}} \quad (45)$$

A equação anterior é aplicável independentemente se o ciclo é reversível ou irreversível. Tendo em consideração as interacções energéticas (calor e trabalho) entre o sistema e o exterior em cada processo (calculadas na alínea anterior), na Equação (27), obtém-se a eficiência térmica do ciclo em análise – Equação (46)

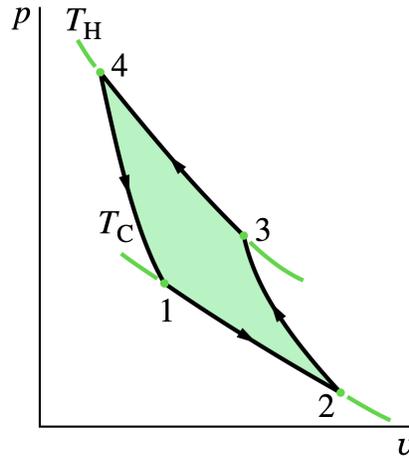
$$\begin{aligned} \eta &= \frac{W_{\text{ciclo}}}{Q_{\text{in}}} \Leftrightarrow \eta = \frac{W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1}}{Q_{1-2}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \eta &= \frac{330,0 + 983,0 + (-167,1) + (-373,0)}{2914} \Leftrightarrow \boxed{\eta \approx 26,5 \%} \end{aligned} \quad (46)$$

Como o ciclo em consideração é um ciclo de potência reversível (ciclo de potência de Carnot), a sua eficiência térmica corresponde à eficiência térmica de Carnot (η_{max}) a qual se calcula através da seguinte (Equação (47)).

$$\begin{aligned} \eta_{\text{max}} &= 1 - \frac{T_C}{T_H} \Leftrightarrow \eta_{\text{max}} = 1 - \frac{T_{\text{sat}}(p_3)}{T_{\text{sat}}(p_1)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \eta_{\text{max}} &= 1 - \frac{384,4}{523,4} \Leftrightarrow \boxed{\eta_{\text{max}} \approx 26,6 \%} \end{aligned} \quad (47)$$

Assim, dois procedimentos poderiam ser considerados para o cálculo da eficiência térmica do ciclo em análise. (Note que o procedimento descrito pela Equação (47) apenas é aplicável a ciclos (de potência) reversíveis.)

6. [Adaptado do Problema 5.49 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] 100 g de ar – considerado gás ideal com $k = 1,4$ – executa um ciclo frigorífico de Carnot cujo diagrama $p - v$ se apresenta na figura. A expansão isotérmica (Processo 1-2) ocorre a -23°C com uma transferência de calor



Problema 6

para o ar de 3,4 kJ. A compressão isotérmica ocorre a 27°C com um volume final de $0,01\text{ m}^3$. Com base nas Equações (48) e (49) determine:

$$\frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (48)$$

$$V_4V_2 = V_1V_3 \quad (49)$$

- (a) a pressão (em kPa) para os quatro estados do ciclo;

Resolução:

Através da aplicação da equação dos gases perfeitos ao Estado 4 pode obter-se a respectiva pressão tal como apresentado na Equação (50).

$$p_4V_4 = mRT_4 \Leftrightarrow p_4 = \frac{m(\bar{R}/M_{\text{ar}})T_4}{V_4} \Leftrightarrow p_4 = \frac{0,1 \times (8314/28,97) \times (27 + 273)}{0,01} \Leftrightarrow \boxed{p_4 \approx 861,0 \text{ kPa}} \quad (50)$$

Uma vez que se conhecem as temperaturas nos Estados 1 e 4 e agora a pressão no Estado 4 pode-se obter a pressão no Estado 1 através da Equação (48), ou seja:

$$\begin{aligned} \frac{T_4}{T_1} = \left(\frac{p_4}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} &\Leftrightarrow \frac{p_4}{p_1} = \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \Leftrightarrow \frac{p_1}{p_4} = \left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p_1 = p_4 \left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{k}{k-1}} &\Leftrightarrow p_1 = 861,0 \times \left(\frac{(-23 + 273)}{(27 + 273)}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} \Leftrightarrow \boxed{p_1 \approx 454,9 \text{ kPa}} \end{aligned} \quad (51)$$

Aplicando um balanço de energia entre os Estados 1 e 2 (Expansão Isotérmica) considerando desprezáveis as variações de energia cinética e potencial gravítica pode determinar-se o

trabalho realizado pelo sistema – Equação (52).

$$\begin{aligned}\Delta U_{1-2} &= Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow m(u_2 - u_1) = Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow m[u(T_2) - u(T_1)] = Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow m \underbrace{[u(T_C) - u(T_C)]}_{=0} &= Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow W_{1-2} = Q_{1-2} \Leftrightarrow W_{1-2} = 3,4 \text{ kJ}\end{aligned}\quad (52)$$

Por outro o trabalho fornecido ao sistema durante o Processo 1–2 pode ser calculado integrando a pressão no volume do sistema durante desde o Estado 1 ao Estado 2.

$$\begin{aligned}W_{1-2} &= \int_1^2 p dV \Leftrightarrow W_{1-2} = \int_1^2 \frac{m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_C}{V} dV \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow W_{1-2} &= m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_C \int_1^2 V^{-1} dV \Leftrightarrow W_{1-2} = m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_C \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow V_2 = V_1 \exp\left(\frac{W_{1-2}}{m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_C}\right)\end{aligned}\quad (53)$$

O volume ocupado pelo sistema no Estado 1 é calculado recorrendo à equação dos gases perfeitos – Equação (54).

$$\begin{aligned}V_1 &= \frac{m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_1}{p_1} \Leftrightarrow V_1 = \frac{0,1 \times (8314/28,97) \times (-23 + 273)}{454,9 \times 10^3} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow V_1 \approx 1,577 \times 10^{-2} \text{ m}^3\end{aligned}\quad (54)$$

Substituindo os resultados da Equações (52) e (54) na Equação (53) obtém-se o volume ocupado pelo sistema no Estado 2 – Equação (55).

$$\begin{aligned}V_2 &= V_1 \exp\left(\frac{W_{1-2}}{m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_C}\right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow V_2 &= 1,577 \times 10^{-2} \times \exp\left(\frac{3,4 \times 10^3}{0,1 \times (8314/28,97) \times (-23 + 273)}\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow V_2 \approx 2,533 \times 10^{-2} \text{ m}^3\end{aligned}\quad (55)$$

Conhecendo o volume do sistema no Estado 2 (V_2) pode-se calcular a pressão no Estado 2 (p_2) considerando a equação dos gases perfeitos tal como apresentado de seguida (Equação (56)).

$$p_2 = \frac{m(\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_2}{V_2} \Leftrightarrow p_2 = \frac{0,1 \times (8314/28,97) \times (-23 + 273)}{2,533 \times 10^{-2}} \Leftrightarrow \boxed{p_2 \approx 283,2 \text{ kPa}} \quad (56)$$

$$V_4 V_2 = V_1 V_3 \Leftrightarrow V_3 = \frac{V_4 V_2}{V_1} \Leftrightarrow V_3 = \frac{0,01 \times 2,533 \times 10^{-2}}{1,577 \times 10^{-2}} \Leftrightarrow V_3 \approx 1,606 \times 10^{-2} \text{ m}^3 \quad (57)$$

E finalmente, a pressão do sistema no Estado 3 é calculada através da equação dos gases perfeitos – Equação (58).

$$p_3 = \frac{m (\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_3}{V_3} \Leftrightarrow p_3 = \frac{0,1 \times (8314/28,97) \times (27 + 273)}{1,606 \times 10^{-2}} \Leftrightarrow \boxed{p_3 \approx 536,1 \text{ kPa}} \quad (58)$$

(b) o trabalho (em kJ) para os quatro processos do ciclo; e

Resolução:

O trabalho realizado pelo sistema no Processo 1–2 foi calculado na alínea anterior (Equação (52)), ou seja:

$$\boxed{W_{1-2} = 3,4 \text{ kJ}} \quad (59)$$

Considerando um balanço de energia entre os Estados 2 e 3 e sabendo que o Processo 2–3 é adiabático, ou seja, $Q_{2-3} = 0$ e que o sistema é composto por um gás ideal com $k = 1,4$ tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta U_{2-3} = Q_{2-3} - W_{2-3} &\Leftrightarrow W_{2-3} = m (u_2 - u_3) \Leftrightarrow W_{2-3} = m [u (T_2) - u (T_3)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow W_{2-3} = mc_v (T_2 - T_3) \Leftrightarrow W_{2-3} = m \frac{\bar{R}/M_{\text{ar}}}{k - 1} (T_2 - T_3) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow W_{2-3} = 0,1 \times \frac{8314/28,94}{1,4 - 1} \times (-23 - 27) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \boxed{W_{2-3} \approx -3,591 \text{ kJ}} \end{aligned} \quad (60)$$

O trabalho realizado sobre o sistema durante o Processo 3–4 (compressão isotérmica) pode ser calculado integrando a pressão no volume do sistema durante desde o Estado 3 ao Estado 4.

$$\begin{aligned} W_{3-4} = \int_3^4 p dV &\Leftrightarrow W_{3-4} = \int_3^4 \frac{m (\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_H}{V} dV \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow W_{3-4} = m (\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_H \int_3^4 V^{-1} dV &\Leftrightarrow W_{3-4} = m (\bar{R}/M_{\text{ar}}) T_H \ln \left(\frac{V_4}{V_3} \right) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow W_{3-4} = 0,1 \times (8314/28,97) \times (27 + 273) \times \ln \left(\frac{0,01}{1,606 \times 10^{-2}} \right) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \boxed{W_{3-4} \approx -4,079 \text{ kJ}} \end{aligned} \quad (61)$$

Aplicando um balanço de energia – à semelhança do aplicado anteriormente para o processo de compressão adiabática – para o Processo 4–1, obtém-se o trabalho realizado pelo sistema durante o processo de expansão adiabática – Equação (62).

$$\begin{aligned} \Delta U_{4-1} = Q_{4-1} - W_{4-1} &\Leftrightarrow W_{4-1} = m (u_4 - u_1) \Leftrightarrow W_{4-1} = m [u (T_4) - u (T_1)] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow W_{4-1} = mc_v (T_4 - T_1) \Leftrightarrow W_{4-1} = m \frac{\bar{R}/M_{\text{ar}}}{k - 1} (T_4 - T_1) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow W_{4-1} = 0,1 \times \frac{8314/28,94}{1,4 - 1} \times (27 + 23) \Leftrightarrow \boxed{W_{4-1} \approx 3,587 \text{ kJ}} \end{aligned} \quad (62)$$

(c) o coeficiente de desempenho do ciclo.

Resolução:

O coeficiente de desempenho do ciclo frigorífico em consideração é calculado através da Equação (63), tendo em conta o trabalho para cada um dos quatro processos do ciclo determinado na alínea anterior e o valor do calor absorvido pelo sistema do reservatório frio (no Processo 1-2) referido no enunciado.

$$\begin{aligned}\beta &= \frac{Q_C}{W_{\text{ciclo}}} \Leftrightarrow \beta = \frac{Q_C}{W_{\text{ciclo}}} \Leftrightarrow \beta = \frac{|Q_{1-2}|}{|W_{1-2} + W_{2-3} + W_{3-4} + W_{4-1}|} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \beta = \frac{3,4}{|3,4 - 3,591 - 4,079 + 3,587|} \Leftrightarrow \boxed{\beta \approx 5,0}\end{aligned}\quad (63)$$

Como o ciclo frigorífico em análise é reversível (ideal) – ciclo frigorífico de Carnot – então o valor calculado na Equação (63) tem de ser semelhante ao valor do coeficiente de desempenho máximo obtido pela Equação (64).

$$\beta_{\text{max}} = \frac{T_C}{T_H - T_C} \Leftrightarrow \beta_{\text{max}} = \frac{-23 + 273}{27 - (-23)} \Leftrightarrow \boxed{\beta_{\text{max}} = 5,0}\quad (64)$$