Termodinâmica e Fenómenos de Transporte

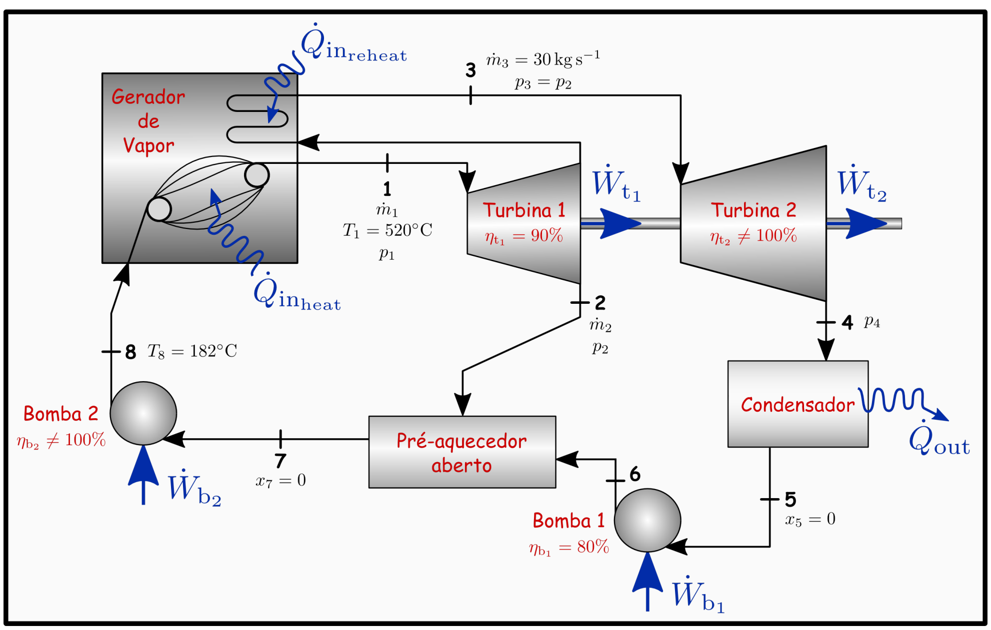
Avaliação Contínua – Problema 3

18 de Maio de 2020 (09h00)

A duração total para a resolução e submissão digital do problema é de 1h30min. A resolução de todas as alíneas do problema deve ser efectuada em folhas brancas e a qualidade (definição) da respectiva cópia digital tem de garantir a sua legibilidade. Identifique todas as folhas de resolução com o seu nome e número de aluno. É recomendável que reserve 10 min da duração total para a digitalização e submissão da sua resolução. Note que no fim da duração total a submissão da resolução é impossível. Certifique-se que resolve o seu enunciado do problema (veja caixa abaixo).

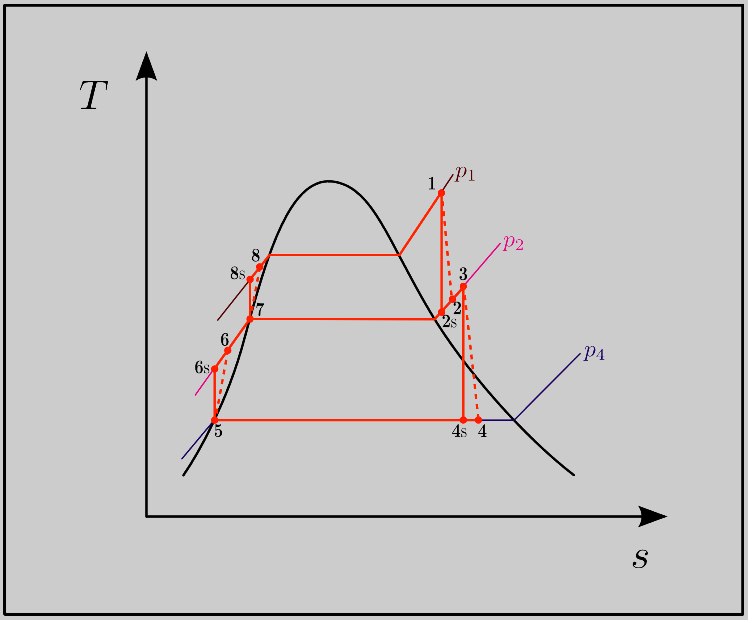
Resolução

A figura apresenta um ciclo de Rankine regenerativo com reaquecimento a operar em regime estacionário. Água é o fluido de trabalho do ciclo em consideração. Um caudal $\dot{m}_1$ de vapor a 520°C (T_1) e à pressão p_1 é admitido no primeiro grupo de andares da turbina (Turbina 1) expandindo irreversivelmente até à pressão p_2. No fim do primeiro grupo de andares da turbina é extraído um caudal $\dot{m}_2$ de fluido de trabalho o qual é dirigido para um pré-aquecedor aberto enquanto que o caudal remanescente, igual a $30\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$ ($\dot{m}_3$), é reaquecido a pressão constante no gerador de vapor e conduzido ao grupo de andares de baixa pressão da turbina (Turbina 2) onde sofre expansão irreversível até à pressão p_4. Após condensado até à saturação, o fluido de trabalho abandona o condensador sendo bombeado irreversivelmente até à pressão do pré-aquecedor de água. No pré-aquecedor de água, o fluxo de vapor proveniente do primeiro grupo de andares da turbina mistura-se em contacto directo com o fluxo de líquido subarrefecido proveniente da bomba localizada após o condensador, originando um fluxo de líquido saturado que é bombeado irreversivelmente e, posteriormente, admitido à temperatura de 182°C (T_8) no gerador de vapor. Considere a Turbina 1 a operar com uma eficiência isentrópica de 90 % (η_{t_1}) e a Bomba 1 (ver figura) com uma eficiência isentrópica igual a 80 % (η_{b_1}). Despreze perdas de calor nas turbinas e bombas e perdas de calor e pressão nas tubagens. Considere internamente reversíveis os processos que ocorrem em permutadores de calor. **Recorra à interpolação linear na ausência do valor pretendido nas tabelas de vapor. Utilize duas casas decimais para os resultados (intermédios e final) de todos os cálculos.**



(a) (4 v.) Identifique num diagrama $T - s$ todos os estados que compõem o ciclo em consideração incluindo os estados resultantes de expansões/compressões isentrópicas. Considere que: (1) o estado resultante de uma expansão isentrópica no primeiro grupo de andares da turbina se localiza na região de vapor sobreaquecido; e (2) o estado resultante da expansão irreversível no segundo grupo de andares da turbina se localiza na região bifásica líquido-vapor. Utilize a numeração da figura para identificar todo os estados termodinâmicos no diagrama.

Solução:



(b) (3 v.) Determine o calor específico fornecido à água no gerador de vapor entre os Estados 8 e 1, $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1$, sabendo que apenas para vaporizar a água neste processo desde o estado de líquido saturado ao estado de vapor saturado é consumido um calor específico igual a $1317{,}1\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$. (Se não determinou considere $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1 = 2648{,}36\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ para as alíneas seguintes.)

Solução:

O calor específico fornecido à água no gerador de vapor entre os Estados 8 e 1, $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1$, é calculado de acordo com a Equação (1).

$$\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1 = h_1 - h_8 \tag{1}$$

As temperaturas nos Estados 8 e 1 são conhecidas – $T_8 = 182°\text{C}$ e $T_1 = 520°\text{C}$ –, contudo a pressão não. A pressão dos Estados 8 e 1 é determinada com base no valor do calor específico referido para vaporizar o fluido de trabalho desde o estado de líquido saturado ao estado de vapor saturado.

O calor específico necessário para a vaporização do fluido de trabalho desde o estado de líquido saturado ao estado de vapor saturado corresponde à entalpia específica de vaporização, h_{fg} ($= h_{\text{g}} - h_{\text{f}}$). Recorrendo à Tabela A-3 é possível determinar a pressão, p, correspondente ao valor de h_{fg} referido – Equação (2) – a qual corresponde à pressão nos Estados 8 e 1 ($p = p_8 = p_1 = 10\,\text{MPa}$).

$$h_{\text{fg}}\,(p) = 1317{,}1\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1} \Rightarrow p = 100\,\text{bar} \tag{2}$$

Assim, considerando $p_8 = 10\,\text{MPa}$ e $T_8 = 182°\text{C}$ obtém-se por interpolação linear com os valores da Tabela A-5 $h_8 = 776{,}74\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ e considerando $p_1 = 10\,\text{MPa}$ e $T_1 = 520°\text{C}$ obtém-se da Tabela A-4 $h_1 = 3425{,}1\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$. Substituindo os valores de h_8 e h_1 na Equação (1), determina-se o valor pretendido – ver Equação (3)

$$\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1 = h_1 - h_8 \Leftrightarrow \dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1 = 3425{,}1 - 776{,}74 \Leftrightarrow \boxed{\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1 = 2648{,}36\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}} \tag{3}$$

(c) (3 v.) Determine o trabalho específico realizado pelo primeiro grupo de andares da turbina (Turbina 1), $\dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1$, tendo em conta que à entrada deste grupo de andares a pressão é igual a 10,0 MPa (p_1) e que o trabalho específico consumido pela Bomba 2 ($\dot{W}_{\mathrm{b}_2}/\dot{m}_1$) é igual a 13,93 kJ kg^{-1}. (Se não determinou considere $p_7 = 1{,}0\,\mathrm{MPa}$ e $\dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1 = 550{,}74\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$ para as alíneas seguintes. Considere ainda $p_1 = 10,0\,\mathrm{MPa}$ para as alíneas seguintes.)

Solução:

O trabalho específico realizado pelo primeiro grupo de andares da turbina (Turbina 1), $\dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1$, pode ser calculado através da definição de eficiência isentrópica de turbinas – Equação (4).

$$\eta_{\mathrm{t}_1} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2\mathrm{s}}} \Leftrightarrow \underbrace{h_1 - h_2}_{\dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1} = \eta_{\mathrm{t}_1}\left(h_1 - h_{2\mathrm{s}}\right) \Leftrightarrow \dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1 = \eta_{\mathrm{t}_1}\left(h_1 - h_{2\mathrm{s}}\right) \tag{4}$$

A entalpia específica do Estado 1 (h_1) foi determinada na alínea (b) – $h_1 = 3425{,}1\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$. Para calcular $h_{2\mathrm{s}}$ é necessário saber a pressão p_2 ($= p_7$) e $s_{2\mathrm{s}}$. $s_{2\mathrm{s}}$ é igual à entropia específica do Estado 1 (s_1) a qual pode ser obtida da Tabela A-4 considerando $p_1 = 10\,\mathrm{MPa}$ e $T_1 = 520°\mathrm{C}$. Desta forma sabe-se que $s_{2\mathrm{s}} = s_1 = 6{,}6622\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$.

Para calcular p_2 ($= p_7$) considera-se o trabalho específico consumido pela Bomba 2 ($\dot{W}_{\mathrm{b}_2}/\dot{m}_1 = 13{,}93\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}$) e que o Estado 7 corresponde a um estado de líquido saturado – Equação (5).

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\mathrm{b}_2}/\dot{m}_1 = h_8 - h_7 \Leftrightarrow h_7 = h_8 - \dot{W}_{\mathrm{b}_2}/\dot{m}_1 \Leftrightarrow h_\mathrm{f}\left(p_7\right) = 776{,}74 - 13{,}93 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow h_\mathrm{f}\left(p_7\right) = 762{,}81\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} \Rightarrow p_7 = 10\,\mathrm{bar} \end{aligned} \tag{5}$$

Como $s_{2\mathrm{s}} > s_g(p_2 = 10\,\mathrm{bar})$ então o Estado 2s – e, necessariamente, o Estado 2 – encontra-se na região de vapor sobreaquecido. A entalpia específica do Estado 2s é obtida da Tabela A-4 por interpolação linear à pressão $p_2 = 10\,\mathrm{bar}$ e $s_{2\mathrm{s}} = 6{,}6622\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$ – Equação (6).

$$h_{2\mathrm{s}}\left(p_2 = 10\,\mathrm{bar}, s_{2\mathrm{s}} = 6{,}6622\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}\right) \approx 2813{,}17\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}} \tag{6}$$

Finalmente, substituindo o valor calculado para $h_{2\mathrm{s}}$ juntamente com os valores de η_{t_1} ($= 0{,}9$) e h_1 na Equação (4) obtém-se o valor do trabalho específico realizado pela Turbina 1 – Equação (7).

$$\begin{aligned} \dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1 = \eta_{\mathrm{t}_1}\left(h_1 - h_{2\mathrm{s}}\right) \Leftrightarrow \dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1 = 0{,}9 \times (3425{,}10 - 2813{,}17) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \boxed{\dot{W}_{\mathrm{t}_1}/\dot{m}_1 = 550{,}74\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}}} \end{aligned} \tag{7}$$

(d) (3 v.) Determine a temperatura do fluido de trabalho à entrada do segundo grupo de andares da turbina (Estado 3) tendo em conta que na secção de reaquecimento é fornecido 11686,2 kW ($\dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}$) à água. (Se não determinou considere $T_3 = 400°\text{C}$ para as restantes alíneas. Considere ainda o valor referido de $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}$ para as restantes alíneas.)

Solução:

Para se determinar a temperatura à entrada da Turbina 2 (Estado 3) já se sabe a pressão $p_3 = p_2 = 10\,\text{bar}$ e pode-se determinar a entalpia específica correspondente (h_3) através do balanço de energia e massa à secção de reaquecimento do gerador de vapor – Equação

$$\dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}/\dot{m}_3 = h_3 - h_2 \Leftrightarrow h_3 = h_2 + \dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}/\dot{m}_3 \tag{8}$$

A entalpia específica do Estado 2 pode ser determinada através da Equação (9) uma vez que são conhecidos os valores do trabalho específico realizado pela Turbina 1 – $\dot{W}_{\text{t}_1}/\dot{m}_1 = 550{,}74\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ (Equação (7)) – e da entalpia específica do Estado 1 – $h_1 = 3425{,}1\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ (determinado na alínea (b)).

$$\dot{W}_{\text{t}_1}/\dot{m}_1 = h_1 - h_2 \Leftrightarrow h_2 = h_1 - \dot{W}_{\text{t}_1}/\dot{m}_1 \Leftrightarrow h_2 = 3425{,}10 - 550{,}74 \Leftrightarrow h_2 = 2874{,}36\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1} \tag{9}$$

Substituindo o valor de h_2 calculado na Equação (9) e os valores de $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}$ ($= 11686{,}20\,\text{kW}$) e $\dot{m}_3$ ($= 30\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$) na Equação (8) obtém-se o valor da entalpia específica no Estado 3 (após a secção de reaquecimento) – Equação (10).

$$h_3 = h_2 + \dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}/\dot{m}_3 \Leftrightarrow h_3 = 2874{,}36 + \frac{11686{,}20}{30} \Leftrightarrow h_3 = 3263{,}90\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1} \tag{10}$$

Finalmente com base nos valores da pressão e entalpia específica para o Estado 3 obtém-se a temperatura correspondente recorrendo-se à Tabela A-4 – Equação (11).

$$T_3 = T\left(p_3 = 10\,\text{bar}, h_3 = 3263{,}90\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}\right) \Leftrightarrow \boxed{T_3 = 400°\text{C}} \tag{11}$$

(e) (3 v.) Se a expansão no segundo grupo de andares da turbina (Turbina 2) se verificasse de forma isentrópica para a pressão de operação do condensador, p_4, a taxa de transferência de calor do fluido de trabalho no condensador seria igual a 65219,03 kW ($\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}$). Qual dos seguintes valores para p_4 é compatível com este valor de $\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}$: 0,04, 0,06 ou 0,10 bar? Justifique.

Solução:

Como o condensador opera em regime estacionário e sem irreversibilidades então a aplicação dos princípios de conservação de entropia e massa dá origem à Equação (12). Nesta equação a temperatura de operação do condensador, T_{cond}, corresponde à temperatura de saturação à pressão p_4 (*i.e.*, $T_{\mathrm{cond}} = T_{\mathrm{sat}}(p_4)$) e a entropia específica do Estado 5, s_5, corresponde à entropia específica do estado de líquido saturado à pressão p_4 (*i.e.*, $s_5 = s_{\mathrm{f}}(p_4)$).

$$\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}/\dot{m}_3 = T_{\mathrm{cond}}\,(s_{4\mathrm{s}} - s_5) \Leftrightarrow \dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}} = \dot{m}_3 T_{\mathrm{sat}}(p_4)\,(s_{4\mathrm{s}} - s_{\mathrm{f}}(p_4)) \tag{12}$$

A entropia específica do Estado 4s ($s_{4\mathrm{s}}$) corresponde ao valor da entropia específica do Estado 3 (s_3) a qual pode ser determinada recorrendo à Tabela A-4 – Equação (13).

$$s_{4\mathrm{s}} = s_3 = s\,(p_3 = 10\,\mathrm{bar}, T_3 = 400°\mathrm{C}) \Leftrightarrow s_{4\mathrm{s}} = 7{,}4651\,\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}} \tag{13}$$

Finalmente, considerando os três valores para p_4 apresentados no enunciado obtém-se da Tabela A-3 os respectivos valores para $T_{\mathrm{sat}}(p_4)$, $s_{\mathrm{f}}(p_4)$ os quais podem ser substituídos juntamente com $s_{4\mathrm{s}}$ (Equação (13)) e $\dot{m}_3$ ($= 30\,\mathrm{kg\,s^{-1}}$) na Equação (12) para se obter o valor correspondente de $\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}$. O valor de p_4 que permita obter o valor de $\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}$ descrito no enunciado (= 65219,03 kW) corresponde ao valor da pressão de operação do condensador – ver tabela seguinte.

p_4 [bar]	$T_{\mathrm{sat}}(p_4)$ [K] (Tabela A-3)	$s_{\mathrm{f}}(p_4)$ [$\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$] (Tabela A-3)	$\dot{Q}_{\mathrm{out}_{4\mathrm{s}}}$ [kW]
0,04	302,11	0,4226	63828,29
0,06	309,31	0,5210	64436,39
0,10	**318,96**	**0,6493**	**65219,03**

Assim, conclui-se que:

$$\boxed{p_4 = 0{,}10\,\mathrm{bar}} \tag{14}$$

(f) (4 v.) Determine a taxa de transferência de calor do fluido de trabalho no condensador, $\dot{Q}_{\text{out}}$, sabendo que o condensador opera à temperatura de 45,81°C e que o ciclo apresenta um rendimento térmico (η_{ciclo}) igual a 0,40.

Solução:

Recorrendo à equação para o rendimento térmico do ciclo pode calcular-se a taxa de transferência de calor do fluido de trabalho no condensador, $\dot{Q}_{\text{out}}$, tal como se segue – Equação (15).

$$\begin{aligned}
\eta_{\text{ciclo}} = 1 - \frac{\dot{Q}_{\text{out}}}{\dot{Q}_{\text{in}}} \Leftrightarrow \dot{Q}_{\text{out}} = \dot{Q}_{\text{in}}\left(1-\eta_{\text{ciclo}}\right) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \dot{Q}_{\text{out}} = \left(\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}} + \dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}\right) \times \left(1-\eta_{\text{ciclo}}\right) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \dot{Q}_{\text{out}} = \left(\dot{m}_1\left(\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1\right) + \dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}\right) \times \left(1-\eta_{\text{ciclo}}\right)
\end{aligned} \tag{15}$$

Aplicando os princípios de conservação de energia e massa ao volume de controlo correspondente ao pré-aquecedor aberto pode calcular-se o caudal mássico $\dot{m}_1$ – Equação (16).

$$\dot{m}_2 h_2 + \dot{m}_3 h_6 - \dot{m}_1 h_7 = 0 \Leftrightarrow \left(\dot{m}_1 - \dot{m}_3\right) h_2 + \dot{m}_3 h_6 - \dot{m}_1 h_7 = 0 \Leftrightarrow \dot{m}_1 = \dot{m}_3 \frac{h_2 - h_6}{h_2 - h_7} \tag{16}$$

Sabe-se que $h_2 = 2874{,}36\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ (Equação (9)) e que $h_7 = h_{\text{f}}\left(p_7 = 10\,\text{bar}\right) = 762{,}81\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$. A entalpia específica do fluido de trabalho depois da sua compressão pela Bomba 1 (h_6) é desconhecida mas pode ser calculada como se segue – Equação (17). Na Equação (17), h_5 $\left(= h_{\text{f}}\left(T_{\text{cond}}\right)\right)$, v_5 $\left(= v_{\text{f}}\left(T_{\text{cond}}\right)\right)$ e p_5 $\left(= p_{\text{sat}}\left(T_{\text{cond}}\right)\right)$ são obtidos da Tabela A-3 considerando $T_{\text{cond}} = 45{,}81$°C.

$$\begin{aligned}
\eta_{\text{b}_1} = \frac{\left(\dot{W}_{\text{b}_1}/\dot{m}_3\right)_{\text{s}}}{\dot{W}_{\text{b}_1}/\dot{m}_3} \Leftrightarrow \eta_{\text{b}_1} = \frac{h_{6\text{s}} - h_5}{h_6 - h_5} \Leftrightarrow \eta_{\text{b}_1} \approx \frac{v_5\left(p_6 - p_5\right)}{h_6 - h_5} \Leftrightarrow h_6 \approx h_5 + \frac{v_5\left(p_6-p_5\right)}{\eta_{\text{b}_1}} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow h_6 \approx h_{\text{f}}\left(T_{\text{cond}}\right) + \frac{v_{\text{f}}\left(T_{\text{cond}}\right)\left(p_6 - p_{\text{sat}}\left(T_{\text{cond}}\right)\right)}{\eta_{\text{b}_1}} \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow h_6 \approx 191{,}83 + \frac{1{,}0102 \times 10^{-3} \times \left(\left(10 - 0{,}1\right) \times 10^5\right)}{0{,}8} \times 10^{-3} \Leftrightarrow h_6 \approx 193{,}08\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}
\end{aligned} \tag{17}$$

Substituindo os valores para as entalpias específicas h_2, h_6 e h_7 e para o caudal $\dot{m}_3$ $\left(= 10\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}\right)$ na Equação (16) determina-se o caudal $\dot{m}_1$ – Equação (18).

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_3 \frac{h_2 - h_6}{h_2 - h_7} \Leftrightarrow \dot{m}_1 = 30 \times \frac{2874{,}36 - 193{,}08}{2874{,}36 - 762{,}81} \Leftrightarrow \dot{m}_1 \approx 38{,}09\,\text{kg}\,\text{s}^{-1} \tag{18}$$

Substituindo $\dot{m}_1$, $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1$ e $\dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}$ por $38{,}09\,\text{kg}\,\text{s}^{-1}$ (Equação (18)), $2648{,}36\,\text{kJ}\,\text{kg}^{-1}$ (Equação (3)) e $11686{,}20\,\text{kW}$ (valor dado no enunciado), respectivamente, na Equação (15) determina-se o valor pretendido – Equação (19).

$$\begin{aligned}
\dot{Q}_{\text{out}} = \left(\dot{m}_1\left(\dot{Q}_{\text{in}_{\text{heat}}}/\dot{m}_1\right) + \dot{Q}_{\text{in}_{\text{reheat}}}\right) \times \left(1-\eta_{\text{ciclo}}\right) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \dot{Q}_{\text{out}} = \left(38{,}09 \times 2648{,}36 + 11686{,}20\right) \times \left(1 - 0{,}4\right) \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \boxed{\dot{Q}_{\text{out}} \approx 67537{,}34\,\text{kW}}
\end{aligned} \tag{19}$$

Repare que o valor calculado para $\dot{Q}_{\text{out}}$ na Equação (19) ($67537{,}34\,\text{kW}$) é superior ao valor referido na alínea anterior ($65219{,}03\,\text{kW}$) uma vez que o valor calculado nesta alínea reflecte a expansão irreversível que ocorre no segundo grupo de andares da turbina.