

Uso de Entropia (Capítulo 6)

Problemas 5, 8, 11, 12, 13 e 14 (Resolução Completa)

5. [Problema 6.20 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] 1 kg de fluido frigorigéneo R-22 é submetido a um processo desde o estado inicial a 0,2 MPa e 20°C até um estado onde a pressão correspondente é igual a 0,06 MPa. Durante este processo verifica-se uma variação de entropia específica ($s_2 - s_1$) igual a $-0,55 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Para o estado final, determine a temperatura, em °C, e a entalpia específica, em kJ kg^{-1} .

Resolução:

No estado inicial ($p_1 = 0,2 \text{ MPa}$ e $T_1 = 20^\circ\text{C}$) a entropia específica, s_1 , é obtida da Tabela A-9 e é igual a $1,0786 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Uma vez que se conhece a variação de entropia específica entre os dois estados ($s_2 - s_1$) e se conhece a entropia específica no estado inicial, s_1 , então pode-se determinar a entropia específica para o estado final, s_2 , - Equação (1).

$$s_2 - s_1 = -0,55 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \Leftrightarrow s_2 = -0,55 + 1,0786 \Leftrightarrow s_2 = 0,5286 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (1)$$

Uma vez que $s_f(p_2 = 0,6 \text{ bar}) < s_2 < s_g(p_2 = 0,6 \text{ bar})$ - ver Tabela A-8 -, então o estado final (Estado 2) encontra-se na região bifásica líquido-vapor. Assim, a temperatura correspondente ao estado final corresponde à temperatura de saturação à pressão $p_2 = 0,6 \text{ bar}$, a qual é obtida da Tabela A-8, ou seja:

$$T_2 = T_{\text{sat}}(p_2 = 0,6 \text{ bar}) \Leftrightarrow \boxed{T_2 = -51,40^\circ\text{C}} \quad (2)$$

Para determinar o valor da entalpia específica no estado final, é necessário primeiro conhecer o título de vapor da mistura bifásica com base no valor conhecido da entropia específica s_2 e dos valores de entropia específica correspondentes aos estados de líquido saturado e vapor saturado, $s_f(p_2)$ e $s_g(p_2)$, respectivamente, tal como descrito na próxima equação - Equação (3).

$$x_2 = \frac{s_2 - s_f(p_2)}{s_g(p_2) - s_f(p_2)} \Leftrightarrow x_2 = \frac{0,5286 - (-0,0542)}{1,0294 - (-0,0542)} \Leftrightarrow x_2 \approx 0,5378 \quad (3)$$

Finalmente, a entalpia específica no estado final, h_2 , é obtida através da seguinte equação (Equação (4)) com base nos valores da entalpia específica dos estados de líquido saturado e vapor saturado à pressão $p_2 = 0,6 \text{ bar}$ (obtidos da Tabela A-8).

$$h_2 = h_f(p_2) + x_2 (h_g(p_2) - h_f(p_2)) \Leftrightarrow h_2 = -12,35 + 0,5378 \times (+227,93 - (-12,35)) \Leftrightarrow \boxed{h_2 \approx 116,87 \text{ kJ kg}^{-1}} \quad (4)$$

8. [Problema 6.32 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Azoto (N_2) inicialmente a ocupar um volume de $0,5 \text{ m}^3$ a $1,0 \text{ bar}$ e 20°C sofre uma compressão internamente reversível durante a qual $pV^{1,3}$ se mantém constante até que se atinge um estado final em que a temperatura é igual a 200°C . Considerando o modelo de gás perfeito, determine:

- (a) a pressão, em bar, no estado final;

Resolução:

Um gás perfeito submetido a uma evolução politrópica – processo num sistema fechado em que pV^n se mantém constante – entre os Estados 1 e 2 respeita a seguinte equação:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1)/n} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{(n-1)} \quad (5)$$

Como $pV^{1,3} = C^{te}$, então $n = 1,3$. Uma vez que se conhecem as temperaturas nos dois estados ($T_1 = 20^\circ\text{C}$ e $T_2 = 200^\circ\text{C}$) e a pressão no estado inicial ($p_1 = 1,0 \text{ bar}$), então a Equação (5) pode ser directamente aplicada para o cálculo da pressão no estado final, p_2 , tal como se segue – Equação (6).

$$\begin{aligned} \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{(n-1)/n} \Leftrightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{n/(n-1)} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow p_2 &= 1,0 \times \left(\frac{200 + 273,15}{20 + 273,15}\right)^{1,3/(1,3-1)} \Leftrightarrow \boxed{p_2 \approx 7,96 \text{ bar}} \end{aligned} \quad (6)$$

- (b) o trabalho e a transferência de calor em kJ; e

Resolução:

Para um gás perfeito a sofrer um processo politrópico caracterizado com um expoente n diferente de 1, o trabalho é calculado através da Equação (7).

$$W_{1-2} = \int_1^2 p dV = \frac{mR(T_2 - T_1)}{1 - n} \quad (7)$$

Na Equação (7), apenas a massa do sistema é desconhecida. A massa pode ser calculada através da aplicação da equação de gás perfeito num estado onde sejam conhecidos o volume ocupado pelo sistema, a temperatura do sistema e a pressão no sistema. Considerando o estado inicial (Estado 1) para este efeito, tem-se:

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= n \bar{R} T_1 \Leftrightarrow p_1 V_1 = \frac{m}{M_{N_2}} \bar{R} T_1 \Leftrightarrow m = \frac{p_1 V_1 M_{N_2}}{T_1 \bar{R}} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow m &= \frac{(1 \times 10^5) \times 0,5 \times 28,01}{(20 + 273,15) \times 8314} \Leftrightarrow m \approx 0,5746 \text{ kg} \end{aligned} \quad (8)$$

Substituindo os valores na Equação (7), obtém-se o trabalho realizado sobre o sistema

durante o processo de compressão – Equação (9).

$$\begin{aligned}
 W_{1-2} &= \frac{mR(T_2 - T_1)}{1 - n} \Leftrightarrow W_{1-2} = \frac{m(\bar{R}/M_{N_2})(T_2 - T_1)}{1 - n} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow W_{1-2} &= \frac{0,5746 \times (8,314/28,01) \times (200 - 20)}{1 - 1,3} \Leftrightarrow \boxed{W_{1-2} \approx -102,3 \text{ kJ}}
 \end{aligned} \quad (9)$$

Para o cálculo da transferência de calor, considera-se a aplicação de um balanço de energia ao sistema assumindo nula a influência da energia cinética e potencial.

$$\begin{aligned}
 \Delta U_{1-2} &= Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow m(u_2 - u_1) = Q_{1-2} - W_{1-2} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q_{1-2} &= m(u_2 - u_1) + W_{1-2} \Leftrightarrow Q_{1-2} = \frac{m}{M_{N_2}} [\bar{u}_{N_2}(T_2) - \bar{u}_{N_2}(T_1)] + W_{1-2}
 \end{aligned} \quad (10)$$

Note que de acordo com o modelo de gás perfeito a energia interna específica do sistema num estado apenas depende da temperatura do sistema, *i.e.*, $u = u(T)$. Para N_2 , a energia interna específica em base molar e em função da temperatura ($\bar{u}_{N_2}(T)$) é obtida da Tabela A-23. Por interpolação linear, $\bar{u}_{N_2}(T_1 = 20 + 273,15 \text{ K})$ e $\bar{u}_{N_2}(T_2 = 200 + 273,15 \text{ K})$ são aproximadamente iguais a $6088 \text{ kJ kmol}^{-1}$ e $9852 \text{ kJ kmol}^{-1}$, respectivamente. Substituindo valores na Equação (10) obtém-se Q_{1-2} , tal como se segue – Equação (11).

$$\begin{aligned}
 Q_{1-2} &= \frac{m}{M_{N_2}} [\bar{u}_{N_2}(T_2) - \bar{u}_{N_2}(T_1)] + W_{1-2} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow Q_{1-2} &= \frac{0,5746}{28,01} \times (9852 - 6088) + (-102,3) \Leftrightarrow \boxed{Q_{1-2} \approx -25,1 \text{ kJ}}
 \end{aligned} \quad (11)$$

(c) a variação de entropia em kJ K^{-1} .

Resolução:

A variação de entropia durante o processo de compressão pode ser calculada através da Equação (12) utilizando a Tabela A-23 para obter a entropia específica à pressão atmosférica do gás em consideração numa base molar e em função da temperatura, $\bar{s}^\circ(T)$.

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{1-2} &= m(s_2 - s_1) \Leftrightarrow \Delta S_{1-2} = m[s(T_2, p_2) - s(T_1, p_1)] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \Delta S_{1-2} &= \frac{m}{M_{N_2}} \left[\bar{s}_{N_2}^\circ(T_2) - \bar{s}_{N_2}^\circ(T_1) - \bar{R} \ln \frac{p_2}{p_1} \right]
 \end{aligned} \quad (12)$$

Por interpolação linear, $\bar{s}_{N_2}^\circ(T_1 = 20 + 273,15 \text{ K})$ e $\bar{s}_{N_2}^\circ(T_2 = 200 + 273,15 \text{ K})$ são aproximadamente iguais a $191,013 \text{ kJ kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ e $205,019 \text{ kJ kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, respectivamente. Substituindo valores na Equação (12) obtém-se ΔS_{1-2} , tal como se segue – Equação (13).

$$\begin{aligned}
 \Delta S_{1-2} &= \frac{m}{M_{N_2}} \left[\bar{s}_{N_2}^\circ(T_2) - \bar{s}_{N_2}^\circ(T_1) - \bar{R} \ln \frac{p_2}{p_1} \right] \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \Delta S_{1-2} &= \frac{0,5746}{28,01} \times \left(205,019 - 191,013 - 8,314 \times \ln \frac{7,96}{1,0} \right) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \Delta S_{1-2} &\approx -0,067 \text{ kJ K}^{-1}
 \end{aligned} \quad (13)$$

11. [Problema 6.52 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Em regime estacionário, trabalho à taxa de 25 kW é fornecido por uma pá misturadora a uma suspensão de lamas contida num tanque fechado e de paredes rígidas. Verifica-se transferência de calor do tanque à temperatura de 250°C para o ambiente exterior, o qual se encontra à temperatura de 27°C a uma distância suficientemente afastada das imediações do tanque. Determine a taxa de produção de entropia, em kW K⁻¹, considerando:

- (a) o tanque e a suspensão de lamas como o sistema; e

Resolução:

A taxa (temporal) de produção de entropia, $\dot{\sigma}$, é obtida através de um balanço de entropia aplicado a um sistema fechado, composto pelo tanque e pelo seu conteúdo (suspensão de lamas), expresso numa base temporal através da Equação (14).

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{\sigma} \quad (14)$$

Na Equação (14), dS/dt corresponde à taxa temporal de variação da entropia do sistema, \dot{Q} ao calor que atravessa a fronteira do sistema cuja temperatura é igual a T . Como o enunciado refere que o sistema se encontra em regime estacionário, então não se registam variações temporais nem das propriedades do sistema (S – entropia) nem das trocas de energia \dot{Q} (e \dot{W}) e produções de entropia ($\dot{\sigma}$). Assim, em regime estacionário a Equação (14) fica simplificada como se apresenta de seguida – Equação (15).

$$\frac{dS}{dt} = \frac{\dot{Q}}{T} + \dot{\sigma} \Rightarrow \dot{\sigma} = -\frac{\dot{Q}}{T} \quad (15)$$

A taxa de transferência de calor, \dot{Q} , pode ser calculada através da aplicação de um balanço de energia ao sistema considerando regime estacionário – Equação (16).

$$\frac{dE}{dt} = \dot{Q} - \dot{W} \Rightarrow \dot{Q} = \dot{W} \Leftrightarrow \dot{Q} = -25 \text{ kW} \quad (16)$$

Na equação anterior (Equação (16)), \dot{W} é negativo de acordo com a conveção de sinal considerada para o trabalho – energia sob a forma de trabalho está a ser fornecida ao sistema.

Assim, conhecendo o valor da taxa de transferência de calor, \dot{Q} , que está a ser libertada do sistema para o exterior através da fronteira que se encontra à temperatura T igual a 250°C determina-se o valor correspondente para taxa de produção de entropia através da Equação (15) – ver Equação (17).

$$\dot{\sigma} = -\frac{\dot{Q}}{T} \Leftrightarrow \dot{\sigma} = -\frac{-25}{(250 + 273,15)} \Leftrightarrow \boxed{\dot{\sigma} \approx 0,04779 \text{ kW K}^{-1}} \quad (17)$$

- (b) o sistema composto pelo tanque, a suspensão de lamas e uma porção do ambiente envolvente através das fronteiras da qual a transferência de calor ocorre à temperatura de 27°C.

Resolução:

A única diferença relativamente ao caso anterior corresponde à temperatura da fronteira

do sistema através da qual se regista a troca de calor com o exterior. Nesta alínea a temperatura , T , desta fronteira é agora igual a 27°C , pois o sistema considerado nesta alínea inclui para além do sistema considerado na alínea anterior (tanque e suspensão de lamas) uma parte do ambiente envolvente cuja temperatura externa é igual a 27°C . Assim, substituindo o valor da taxa de transferência de calor, \dot{Q} , através desta nova fronteira (calculada na Equação (16)) e o valor da temperatura da fronteira ($T = 27^{\circ}\text{C}$) na Equação (15), obtém-se o valor correspondente para a taxa de produção de entropia – Equação (18).

$$\dot{\sigma} = -\frac{\dot{Q}}{T} \Leftrightarrow \dot{\sigma} = -\frac{-25}{(27 + 273,15)} \Leftrightarrow \boxed{\dot{\sigma} \approx 0,08329 \text{ kW K}^{-1}} \quad (18)$$

O valor de $\dot{\sigma}$ obtido na presente alínea é superior ao obtido na alínea anterior uma vez que na alínea actual o alargamento do sistema (de forma a incluir parte do ambiente envolvente ao tanque) contribui para inclusão de irreversibilidades adicionais (relativas ao transporte de calor ao longo do ambiente envolvente adicionado) de forma que a taxa de produção de entropia – associada à existência de irreversibilidades no sistema – aumenta.

12. [Problema 6.64 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Vapor de água a 10 bar, 600°C e 50 m s⁻¹ entra numa turbina isolada a operar em regime estacionário e sai a 0,35 bar a 100 m s⁻¹. Acredita-se que o trabalho desenvolvido por kg de vapor de água que atravessa a turbina é igual a: (a) 1000 kJ kg⁻¹; ou (b) 500 kJ kg⁻¹. Qual dos valores está correcto? Justifique.

Resolução:

A Equação (19) corresponde à aplicação do balanço de entropia a um volume de controlo.

$$\frac{dS_{vc}}{dt} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_e \dot{m}_e s_e - \sum_s \dot{m}_s s_s + \dot{\sigma}_{vc} \quad (19)$$

Em regime estacionário, a taxa temporal da variação de entropia no interior do volume de controlo (turbina), dS_{vc}/dt , é nula. Uma vez que a turbina está isolada não existem trocas de calor através das fronteiras do sistema, e consequentemente, o termo da taxa de transferência de entropia associada à transferência de calor, $\sum_j \dot{Q}_j/T_j$, é nulo. Como apenas existe uma secção de entrada e uma secção de saída, os somatórios relacionados com a taxa advectiva de transferência de entropia apenas têm uma contribuição cada e $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ (balanço de massa). (Note que os *subscripts* “e.”s” dizem respeito às entradas e saídas do volume de controlo, respectivamente.) A equação resultante das considerações referidas apresenta-se de seguida – Equação (20)

$$s_s - s_e = \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} \quad (20)$$

De acordo com a segunda lei da termodinâmica, a taxa (temporal) de produção de entropia no interior do volume de controlo, $\dot{\sigma}_{vc}$, tem de ser igual ou superior a zero. ($\dot{\sigma}_{vc}$ é igual a zero apenas quando não existem irreversibilidades no interior do volume de controlo). Nas condições referidas, para que a segunda lei da termodinâmica seja respeitada é necessário que a Equação (20) seja verificada, ou seja, é necessário que a entropia específica do vapor à saída do volume de controlo seja superior ou igual à entropia específica do vapor à entrada do volume de controlo – Equação (21).

$$s_s \geq s_e \quad (21)$$

Assim, é necessário determinar as entropias específicas nas secções de entrada e saída do volume de controlo, *i.e.*, s_e e s_s , respectivamente.

Para a secção de entrada, s_e determina-se recorrendo à Tabela A-4 uma vez que se conhecem nesta secção a pressão (p_e) e a temperatura (T_e) – Equação (22).

$$s_e(p_e = 10 \text{ bar}, T_e = 600^\circ\text{C}) = 8,0290 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (22)$$

Para determinar s_s é necessário definir o estado do fluido de trabalho (água) na secção de saída do volume de controlo pois apenas se conhece a pressão ($p_s = 0,35 \text{ bar}$). Para isso aplique-se um balanço de energia considerando o valor referido para o trabalho realizado pela turbina por kg de vapor, *i.e.*, $W_{vc} = 1000 \text{ kJ kg}^{-1}$, de forma a determinar a entalpia específica na secção de saída, h_s .

Considerando: (1) regime estacionário; (2) apenas uma secção de entrada e outra de saída no volume de controlo; (3) variação desprezável da energia potencial gravítica; (4) volume de controlo isolado (sem trocas de calor com o exterior através das suas fronteiras fechadas) o balanço de energia resultante permite é apresentado pela Equação (19)

$$0 = -\dot{W}_{vc} + \dot{m}_e \left(h_e + \frac{V_e^2}{2} \right) - \dot{m}_s \left(h_s + \frac{V_s^2}{2} \right) \quad (23)$$

Como $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ (regime estacionário), a equação anterior pode ser escrita de forma a evidenciar a entropia específica na secção de saída, h_s – Equação (24).

$$h_s = h_e + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_s^2) - \frac{\dot{W}_{vc}}{\dot{m}} \quad (24)$$

Como anteriormente para determinar s_e , a entalpia específica na secção de entrada, h_e , determina-se recorrendo à Tabela A-4 com base nos valores conhecidos nesta secção para a pressão (p_e) e temperatura (T_e) – Equação (26).

$$h_e (p_e = 10 \text{ bar}, T_e = 600^\circ\text{C}) = 3697,9 \text{ kJ kg}^{-1} \quad (25)$$

Substituindo na Equação (24), V_e e V_s pelos valores referidos no enunciado – 50 m s^{-1} e 100 m s^{-1} , respectivamente –, h_e pelo valor apresentado na Equação (26) e \dot{W}_{vc}/\dot{m} por 1000 kJ kg^{-1} e por 500 kJ kg^{-1} obtém-se os respectivos valores para h_s – Equações (26) e (27), respectivamente.

$$\begin{aligned} h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 1000 \text{ kJ kg}^{-1} \right) &= 3697,9 \times 10^3 + \frac{1}{2} (50^2 - 100^2) - 1000 \times 10^3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 1000 \text{ kJ kg}^{-1} \right) \approx 2694,15 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 500 \text{ kJ kg}^{-1} \right) &= 3697,9 \times 10^3 + \frac{1}{2} (50^2 - 100^2) - 500 \times 10^3 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 500 \text{ kJ kg}^{-1} \right) \approx 3194,15 \text{ kJ kg}^{-1} \end{aligned} \quad (27)$$

Com base nos valores obtidos para h_s e sabendo que a pressão na secção de saída (p_s) é igual a 0,35 bar, então pode-se determinar os valores correspondentes para a entropia específica na secção de saída, s_s , para os dois valores de \dot{W}_{vc}/\dot{m} recorrendo à Tabela A-4. Considerando interpolação linear com os valores da tabela referida as Equações (29) e (29) apresentam os valores de h_s para $\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 1000 \text{ kJ kg}^{-1}$ e $\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 500 \text{ kJ kg}^{-1}$, respectivamente.

$$\begin{aligned} s_s \left[p_s = 0,35 \text{ bar}, h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 1000 \text{ kJ kg}^{-1} \right) \right] &= \\ = s_s \left(p_s = 0,35 \text{ bar}, h_s \approx 2694,15 \text{ kJ kg}^{-1} \right) &\approx 7,8867 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned}
 s_s \left[p_s = 0,35 \text{ bar}, h_s \left(\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 500 \text{ kJ kg}^{-1} \right) \right] &= \\
 = s_s \left(p_s = 0,35 \text{ bar}, h_s \approx 3194,15 \text{ kJ kg}^{-1} \right) &\approx 8,8986 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}
 \end{aligned} \tag{29}$$

O único valor de s_s que respeita a Equação (21) com s_e dado pela Equação (22) é o valor obtido considerando $\dot{W}_{vc}/\dot{m} = 500 \text{ kJ kg}^{-1}$. Assim, entre os dois valores de trabalho desenvolvido pela turbina por kg de vapor (\dot{W}_{vc}/\dot{m}) apresentados no enunciado, o único valor compatível com os princípios considerados – que não viola a segunda lei da termodinâmica – corresponde ao valor de 500 kJ kg^{-1} .

13. [Problema 6.86 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Ar é comprimido por um compressor axial a operar em regime estacionário desde 27°C e 1 bar para uma pressão de 2,1 bar. O trabalho fornecido pelo compressor ao ar corresponde a 94,6 kJ kg_{ar}⁻¹. Transferência de calor do ar no compressor para o exterior verifica-se à taxa de 14 kJ kg_{ar}⁻¹ num local do compressor onde a respectiva superfície se encontra à temperatura de 40°C. Despreze variações de energia cinética e energia potencial. Determine:

- (a) a temperatura do ar, em °C, à saída do compressor; e

Resolução:

Aplicando um balanço de energia ao volume de controlo que corresponde ao ar no interior do compressor, considerando regime estacionário ($dE_{vc}/dt = 0$), variações desprezáveis de energia cinética e potencial ($V_s \approx V_e$ e $z_s \approx z_e$) e considerando do balanço de massa $\dot{m}_e = \dot{m}_s = \dot{m}$ tem-se:

$$0 = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{vc}}{\dot{m}} + (h_e - h_s) \quad (30)$$

$\dot{Q}_{vc}/\dot{m} = -14 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1}$, $\dot{W}_{vc}/\dot{m} = -94,6 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1}$ e a entalpia específica na secção de entrada, h_e , pode ser obtida da Tabela A-22 considerando a respectiva temperatura (T_e) igual a 27°C (= 300,15 K) – Equação (31).

$$h_e = h(T_e = 300,15 \text{ K}) \approx 300,34 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1} \quad (31)$$

Substituindo os valores de todos os termos referidos (\dot{Q}_{vc}/\dot{m} , \dot{W}_{vc}/\dot{m} e h_e) na Equação (30) obtém-se a entalpia específica na secção de saída do compressor, h_s – Equação (32).

$$h_s = \frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} - \frac{\dot{W}_{vc}}{\dot{m}} + h_e \Leftrightarrow h_s = -14 + 94,6 + 300,34 \Leftrightarrow h_s = 380,94 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1} \quad (32)$$

Recorrendo novamente à Tabela A-22 com o valor de entalpia específica calculado na Equação (32) ($h_s = 380,94 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1}$) obtém-se por interpolação linear o respectivo valor de temperatura, tal como se segue – Equação (33).

$$T_s = T(h_s = 380,94 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1}) \Leftrightarrow T_s \approx 380,17 \text{ K} \Leftrightarrow \boxed{T_s \approx 107,02^\circ\text{C}} \quad (33)$$

- (b) a taxa a que a entropia é produzida dentro do compressor em kJ kg_{ar}⁻¹ K⁻¹

Resolução:

A taxa de entropia produzida dentro do compressor, $\dot{\sigma}_{vc}/\dot{m}$, é obtida directamente da equação de balanço de entropia a qual – de acordo com as condições do presente problema – é descrita pela Equação (34).

$$\frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} = -\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} \frac{1}{T_b} + (s_s - s_e) \quad (34)$$

$$s_s - s_e = s(T_s, p_s) - s(T_e, p_e) = s^\circ(T_s) - s^\circ(T_e) - R \ln \frac{p_s}{p_e} \quad (35)$$

As entropias específicas à pressão atmosférica e às temperaturas das secções de entrada e saída do compressor – $s^\circ(T_e)$ e $s^\circ(T_s)$, respectivamente – são determinadas recorrendo à

Tabela A-22 com base nas respectivas temperaturas – ver Equações (36) e (37), respectivamente.

$$s^\circ(T_e = 300,15 \text{ K}) = 1,70253 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (36)$$

$$s^\circ(T_s = 380,17 \text{ K}) = 1,94046 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1} \text{ K}^{-1} \quad (37)$$

Substituindo a Equação (35) na Equação (34), e posteriormente, substituindo as variáveis pelos respectivos valores obtém-se a taxa de produção de entropia no interior do volume de controlo por unidade de caudal de ar que entra no compressor – ver Equação (38). Note que a massa molar do ar, M_{ar} , é igual a $28,97 \text{ kg kmol}^{-1}$ (ver Tabela A-1).

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} &= -\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} \frac{1}{T_b} + s^\circ(T_s) - s^\circ(T_e) - R \ln \frac{p_s}{p_e} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} &= -\frac{\dot{Q}_{vc}}{\dot{m}} \frac{1}{T_b} + s^\circ(T_s) - s^\circ(T_e) - (\bar{R}/M_{\text{ar}}) \ln \frac{p_s}{p_e} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} &= -\frac{-14}{40 + 273,15} + 1,94046 - 1,70253 - (8,314/28,97) \times \ln \left(\frac{2,1}{1} \right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \boxed{\frac{\dot{\sigma}_{vc}}{\dot{m}} \approx 0,0697 \text{ kJ kg}_{\text{ar}}^{-1} \text{ K}^{-1}} \end{aligned} \quad (38)$$

14. [Problema 6.108 - Moran e Shapiro, 5.^a Edição] Árgon (Ar) entra numa tubeira isolada a 2,77 bar, 1300 K e 10 m s^{-1} e sai a 1 bar e 645 m s^{-1} . Considerando o modelo de gás perfeito e regime estacionário, calcule:

- (a) a temperatura de saída do gás, em K;

Resolução:

Aplicando o princípio da conservação de energia ao volume de controlo que corresponde à tubeira e considerando regime estacionário e a tubeira isolada tem-se:

$$0 = h_e - h_s + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_s^2) \quad (39)$$

Na Equação (39), os *subscripts* e e s associam as variáveis às secções de entrada e saída, respectivamente. Uma vez que para gases monoatômicos – como o Árgon – o calor específico (\bar{c}_p) é constante ao longo de uma grande gama de temperaturas e aproximado como $(5/2)\bar{R}$ (ver Tabela A-21) então a diferença de entalpias específicas ($h_e - h_s$) pode ser calculada como o produto entre o calor específico \bar{c}_p e a diferença de temperaturas ($T_e - T_s$), e consequentemente, a Equação (39) pode escrever-se como se segue – Equação (40).

$$0 = \frac{1}{M_{\text{Ar}}} \bar{c}_p (T_e - T_s) + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_s^2) \quad (40)$$

Na Equação (40), M_{Ar} corresponde à massa molar do Árgon ($= 39,94 \text{ kg kmol}^{-1}$ da Tabela A-1). A Equação (40) é considerada para obter a temperatura de saída do gás, tal como se segue – Equação (41)

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{1}{M_{\text{Ar}}} \bar{c}_p (T_e - T_s) + \frac{1}{2} (V_e^2 - V_s^2) \Leftrightarrow T_s = T_e + \frac{M_{\text{Ar}}}{2\bar{c}_p} (V_e^2 - V_s^2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow T_s &= T_e + \frac{M_{\text{Ar}}}{5\bar{R}} (V_e^2 - V_s^2) \Leftrightarrow T_s = 1300 + \frac{39,94}{5 \times 8314} (10^2 - 645^2) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \boxed{T_s = 900,384 \text{ K}} \end{aligned} \quad (41)$$

- (b) a eficiência isentrópica da tubeira; e

Resolução:

A eficiência isentrópica da tubeira é calculada através da razão entre a energia cinética actual do gás à saída da tubeira e a energia cinética do gás à saída da tubeira que seria obtida se a expansão na tubeira fosse isentrópica – Equação (42)

$$\eta_{\text{tub}} = \frac{V_s^2/2}{(V_s^2/2)_s} \quad (42)$$

A energia cinética actual do gás à saída da tubeira pode ser calculada desde já, uma vez que o enunciado fornece o valor da velocidade (actual) do gás à saída da tubeira ($V_s = 645 \text{ m s}^{-1}$). A velocidade de saída do gás que se obtém no limite idealizado de expansão isentrópica na tubeira, $(V_s)_s$, é calculada recorrendo à Equação (40) considerando a temperatura do gás à saída obtida pela Equação (43).

$$T_s = T_e \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{(k-1)/k} \quad (43)$$

A Equação (43) permite determinar a temperatura (T_s) a uma pressão especificada (p_s) a partir de um estado – definido por T_e e p_e – mantendo a entropia específica constante nos dois estados ($s_e = s_s$) – o processo que une os dois estados é isentrópico (entropia constante). Uma vez que o calor específico a pressão constante para um gás perfeito pode ser calculado através da Equação (43), esta equação pode ser considerada para obter o expoente da razão de pressões do segundo membro da Equação (43).

$$c_p = \frac{kR}{k-1} \quad (44)$$

Considerando a Equação (44) na Equação (43) obtém-se a Equação (45).

$$T_s = T_e \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{\bar{R}/\bar{c}_p} \quad (45)$$

Considerando a Equação (45) na Equação (40) e colocando em evidência $(1/2)V_s^2$ que nestas condições corresponde a $(V_s^2/2)_s$ obtém-se o denominador do segundo membro da Equação (42) – ver Equação (46). Note que \bar{c}_p é igual a $(5/2)\bar{R}$.

$$\begin{aligned} (V_s^2/2)_s &= \frac{1}{M_{\text{Ar}}} \bar{c}_p T_e \left[1 - \left(\frac{p_s}{p_e} \right)^{\bar{R}/\bar{c}_p} \right] + \frac{1}{2} V_e^2 = \\ &= \frac{1}{39,94} \times (5/2) \times 8314 \times 1300 \times \left[1 - \left(\frac{1}{2,77} \right)^{2/5} \right] + \frac{1}{2} \times 10^2 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (V_s^2/2)_s \approx 226493,458 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \end{aligned} \quad (46)$$

Substituindo os valores de V_s (referido no enunciado) e de $(V_s^2/2)_s$ (calculado na Equação (46)) na Equação (42) obtém-se a eficiência isentrópica da tubeira tal como se segue – Equação (47).

$$\eta_{\text{tub}} = \frac{V_s^2/2}{(V_s^2/2)_s} \Leftrightarrow \eta_{\text{tub}} = \frac{645^2/2}{226493,458} \Leftrightarrow \boxed{\eta_{\text{tub}} \approx 91,8 \%} \quad (47)$$

(c) a taxa de produção de entropia, em $\text{kJ kg}_{\text{Ar}}^{-1} \text{K}^{-1}$.

Resolução:

A taxa de produção de entropia por unidade de massa de gás que atravessa a tubeira, $\dot{\sigma}_{vc}/\dot{m}$, é calculada recorrendo ao balanço de entropia submetido às mesmas hipóteses simplificativas consideradas para obter a Equação (20) – Equação (48)

$$\frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} = s_s - s_e \quad (48)$$

Uma vez que o calor específico para o gás em consideração é constante então a diferença de entropias específicas $s_s - s_e$ pode ser calculada através da Equação (49).

$$s_s - s_e = s(T_s, p_s) - s(T_e, p_e) = c_p \ln \frac{T_s}{T_e} - R \ln \frac{p_s}{p_e} \quad (49)$$

Substituindo a Equação (49) na Equação (48) e considerando o valor para cada propriedade obtém-se a taxa de produção de entropia por unidade de massa de gás que atravessa a tubeira, tal como apresentado de seguida – Equação (50).

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} &= c_p \ln \frac{T_s}{T_e} - R \ln \frac{p_s}{p_e} \Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} = (\bar{c}_p / M_{\text{Ar}}) \ln \frac{T_s}{T_e} - (\bar{R} / M_{\text{Ar}}) \ln \frac{p_s}{p_e} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} = [(5\bar{R}) / (2M_{\text{Ar}})] \ln \frac{T_s}{T_e} - (\bar{R} / M_{\text{Ar}}) \ln \frac{p_s}{p_e} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} = \frac{\bar{R}}{M_{\text{Ar}}} \left[(5/2) \ln \frac{T_s}{T_e} - \ln \frac{p_s}{p_e} \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} = \frac{8,314}{39,94} \left[(5/2) \ln \frac{900,384}{1300} - \ln \frac{1}{2,77} \right] \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \frac{\dot{\sigma}_{\text{tub}}}{\dot{m}} \approx 0,0209 \text{ kJ kg}_{\text{Ar}}^{-1} \text{ K}^{-1} \end{aligned} \quad (50)$$